

第6学年算数学習指導案 単元名「比例と反比例」

単元デザイン(全11時間)

本単元で目指す子供の姿

- 日常生活において、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、変化や対応の特徴を表や式、グラフを用いて考察し、比例の関係にあるとみることで、問題を解決する見通しをもつことができる。
- 日常生活で、比例の関係を用いて効率的に問題を解決する場面において、比例の関係についての変化や対応の特徴を問題の解決に生かすことができる。

本単元で育成を目指す資質・能力

(学びに向かう力、人間性等)

- ・伴って変わる二つの数量について、数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度を養うこと。
- ・数学のよさに気付き学習したことを生活や学習に活用する態度を養うこと。

(知識及び技能)

- ・比例の意味や性質を理解すること。
- ・比例の関係をういた問題解決の方法について知ること。
- ・反比例の関係について知ること。

(思考力、判断力、表現力等)

- ・伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いてそれらの関係を表現して、変化や対応の特徴を見いだすとともに、それらを日常生活に生かすこと。

単元デザインの意図

第4学年では、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、表や式を用いて、変化や対応の特徴を考察することを学習している。第5学年では、簡単な場合についての比例の関係を知らるとともに、伴って変わる二つの数量について、それらの関係に着目し、表や式を用いて、変化や対応の特徴を考察する学習をしてきている。

第6学年では、比例の意味や性質、比例の関係をういた問題解決の方法、反比例について知るとともに、日常生活において、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いて変化や対応の特徴を考察し、問題を解決する力を伸ばしていくことをねらいとしている。また、考察の方法を振り返って、解決の質的な改善を目指して多面的に考察しようしたり、処理のよさを見だし、方法や結果を今後の生活に生かそうとしたりする態度を養っていくこともねらいとしている。ここで育成される資質・能力は、中学校第1学年の比例、反比例をはじめとする中学校の「関数」領域の考察や、中学校の理科での考察に生かされるものである。

そこで本単元では、数学的活動A「日常の事象を数理的に捉え問題を見いだして解決し、解決過程を振り返り、結果や方法を改善したり、日常生活等に生かしたりする活動」に重点を置き、数学的活動の三つのサイクルを回すことを通して、比例の関係をういた問題解決の方法を身に付けていくことができるよう単元をデザインしている。

〔比例の関係をういた問題解決の方法〕

- ①厳密には比例の関係かどうかは分からないが、おおむね比例の関係にあるとみてよさそうな数量を、幾つかの数値について調べることで見いだす。
- ②二つの数量に着目することで、目的に応じて表や式、グラフを用いて関係を表現し、変化や対応の特徴を見いだす。
- ③一方の数量がm倍ならば、他方の数量もm倍になるなど、比例の変化や対応の特徴を確認した後、それらを用いて問題の解決を行う。

また本単元では、日常生活の問題場面において、「どうやって解決をしていったらいいのか」「何を使って判断をしていったらいいのか」「その判断は何を使ってより確かなものにしていったらいいのか」ということを児童が思考していく過程を大切にしていく。さらに、中学校数学科の関数指導につなげることを意識し、表や式、グラフの役割を理解していくことを通して、「用いるもの」と「その使い方」に対する見方を育てていき、いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的に捉え、数学的に考察し表現できる力の素地も培っていく。

本単元につながる主な資質・能力

- 第4学年
- ◆加法、減法、乗法、除法のいずれか一つの演算が用いられる場面において、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目すること。
 - ◆表や式を用いて、一方が1ずつ増えたときに、他方が1ずつ減る、2ずつ増えるなどの変化の特徴や、和が一定、差が一定、一方を定数倍すると他方になるなどの対応の特徴を見いだすこと。
 - ◆考察の方法や結果を振り返って、簡潔・明瞭で一般化された表現に工夫すること。

- 第5学年
- ◆簡単な場合についての比例の関係や加法と乗法など二つの演算が必要な場面において、伴って変わる二つの数量を見だして、それらの関係に着目すること。
 - ◆簡単な場合についての比例の変化の特徴や、 $\square = 2 \times \triangle$ 、 $\square = 3 \times \triangle + 1$ などの式で表される対応の特徴を見いだすこと。
 - ◆考察の方法や結果を振り返って、簡潔・明瞭で一般化された表現に工夫すること。

第6学年
本単元

<中学校>

- ◆具体的な事象を考察し、伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係を見だし考察し表現すること。
- ◆数の拡張や関数の概念を基にして、小学校算数科で学習し比例、反比例を関数として捉え直すこと。
- ◆具体的な事象における二つの数量の変化や対応の関係を調べることを通して、一次関数について考察し表現すること。
- ◆具体的な事象における二つの数量の変化や対応の関係を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について考察し、関数関係に着目すること。また、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察すること。

本単元からつながる主な資質・能力

数学的活動

日常生活の問題解決の方法に比例の関係を
用い、得られた結果を考察する活動

比例の関係にあるとみることで、目的や状況を考えながら判断・選択し、導き出された結果から、問題解決の方法や結果を振り返り、目的により適したものに改善していく。

伴って変わる二つの数量の関係を考察し、比例の意味や性質を理解するとともに、反比例との対比を通して比例の理解を深める。

比例や反比例について、表や式、グラフなどを用いて、変化や対応における数量の関係を比べ方を考察する活動

日常生活の場面で、ある数量を直接調べることが難しい場面において、調べやすく、かつ、その数量と比例の関係にあるとみることのできる別の数量を見だし、問題解決をしていく。

日常生活の問題解決の方法に比例の
関係を用いる活動

学習活動

⑧～⑪時間 (本時⑨)

問い ポールが買えるようになるのはいつ頃だろう？

- ・カン集めの状況から、いつ頃ポールが買えるかを判断するためには、何が分かればいいのか考え、調べたい数量と依存関係にある二量を見いだす。
- ・収集状況(カンの重さと週数)をグラフに表し、変化や対応の特徴を考察する。
- ・比例の関係にあると見ていいのかという批判的思考もちながらグラフを考察し、ほぼ直線になることから、二量が比例の関係にあるとみることで、問題解決できそうであるという見通しをもつ。
- ・再度、表の数値に着目したり、グラフから見える二量の変化の特徴に着目したりしながら、二量の関係を考察する。
- ・表や式、グラフから今のペースだといつ頃になるかを判断し、2学期中にポールを買うためには、どのようなペースで収集していったらいいのかを考える。
- ・表や式、グラフの役割を理解し、問題解決するための判断として用いることができる。

④～⑦時間

問い 速さ、時間、長さの関係ってどうなっているの？

- ・既習の速さに関する(長さ)と(速さ)、(長さ)と(時間)が比例することを捉え直す。
- ・速さに関する傾きの異なる比例の二つのグラフを比較し、それぞれの特徴や事象の様子などを考察する。
- ・長さが一定の場合の時間と速さの関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を見だし、一方がm倍になれば、もう一方が1/mになることや二つの量の積が一定であるような二量の関係を反比例ということを知る。
- ・比例と反比例のグラフを比較し、特徴を考察し、相違点や共通点を見いだす。
- ・比例と反比例のグラフを比較し、形状や規則性の特徴を考察し、相違点や共通点を見いだす。
- ・反比例についての理解を通して、比例についての理解を深める。

①～③時間

問い どれくらいあるかを数えずに求めるには、どうすればいい？

- ・何を調べれば、枚数を調べることができるか考える。
- ・比例の関係にある数量を見いだすことで、問題を解決するための見通しをもつ。
- ・さし、はかりなどを用いて、紙の重さや厚さを測り、着目した二量を表に表し、考察し、グラフに表す。
- ・式を用いて表すことで規則性を簡潔かつ明瞭に表現できる。
- ・表を考察し、一方がm倍になれば、もう一方もm倍になることを見いだす。(mが、整数、小数、分数でも同じことがいえることを見いだす。)
- ・表の数値に着目し、グラフをかく。
- ・グラフを考察し、 $y = \text{決まった数} \times x$ の式、規則性を見いだす。

見方・考え方を働かせている子供の姿

単元を貫く
数学的な見方・考え方

伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いて、変化や対応の特徴を考察する。

カン集めの状況をまとめよう。カンの重さと日数(週)で調べるといつ頃ポールが買えるか分かりそうだ。

表にまとめると、毎週のカンの重さはバラバラだ。これは、比例してないね。

グラフにしてみると、点はバラバラだけど、直線のようにも見えるなあ。比例の関係にあるとみて考えると、これまでと同じように上手く解決できそうだな。

比例の関係にあるとみることで、だいたいの予測ができるね。

道のりと速さ、道のりと時間は比例してるよね。だから、速さ×時間=道のりになるね。

傾きが大きいと到着時間が早い。時間が経つほど差が広がるね。

一方が2倍、3倍になると、もう一方が1/2、1/3になるよ。逆数をかけたことになるね。これを反比例っていうんだね。

比例のグラフとちがって直線にはならないね。一方が増えるともう一方が減るからだね。ななめに折った直線を対称の軸として、線対称になっているよ。

枚数と重さ、枚数と厚さに着目して調べたらいいよ。

表を見ると、一方が2倍、3倍…となると、もう一方も2倍、3倍となるね。1.5倍や2/3倍など小数や分数でも同じことがいえるね。

比例の関係が使えるんだね。

比例のグラフは直線になったよ。 $y = \text{決まった数} \times x$ の式でxに0を当てはめるとyも0になるからxとyが0の点を通るんだね。

評価規準

【主体的に取り組む態度】

- ・生活や学習に、比例が活用できる場面を見付け、能率のよい処理の仕方を探し、積極的に比例の関係を生かそうとしている。

【知識・技能】

- ・比例の関係を利用することで、手際よく問題を解決できる場合があることや、比例の関係をういて問題を解決していく方法を知っている。

【思考力・判断力・表現力】

- ・日常生活や算数の学習などの比例が活用できる場面において、比例の関係を生かして問題を解決している。

【主体的に取り組む態度】

- ・伴って変わる二つの数量において、規則性を見いだそうとしている。

【知識・技能】

- ・反比例の変化や対応の特徴を知り、その意味や性質を理解している。
- ・反比例の関係を表す式が、 $x \times y = a$ という形で表されることや、グラフについて、比例との違いを知っている。

【思考力・判断力・表現力】

- ・伴って変わる二つの数量について、比例や反比例の関係にある数量を見だし、目的に応じて、式、表、グラフなどの適切な表現を選択して、変化や対応の特徴を考察している。

【主体的に取り組む態度】

- ・目的に応じて適切な表現を用いるなど、式、表、グラフの表現の特徴やそのよさに気付いている。

【知識・技能】

- ・比例の意味や性質を理解し、比例の関係を表す式が、 $y = ax$ という形で表されることや、グラフが原点を通る直線として表されることを理解している。

【思考力・判断力・表現力】

- ・比例の関係をういて問題を解決する際に、目的に応じて、式、表、グラフなどの適切な表現を選択して、変化や対応の特徴を考察している。

【本時の目標】 日常の事象において、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、厳密に見れば比例の関係ではないが、比例の関係にあると見ること、問題解決をすることができる。

授業の視点

◎本時に働かせたい数学的な見方・考え方

本時では、日常の事象の問題解決を通して、厳密には比例とは言えないが、誤差を許容範囲とすることで比例とみて、大まかな数値を求める見方・考え方を働かせたい。そのために、これまでの問題解決の方法をもとに、表やグラフの考察を行い、「購入できる時期を比例の考え方を使って予測してもよいのか」について考え、二量の数値を吟味していくようにする。そして、表や式、グラフの役割を捉えながら、何を用いて判断していけばよいかを考えていく過程を大切にす。さらに、比例の考え方を使って予測した結果が現実的であるか、妥当性を振り返ることも重視したい。

こうした活動を通して、日常生活や算数の学習などの場面で、能率のよい処理の仕方を求めて、積極的に比例の関係を生かしていこうとする態度を養いたい。

◎主体的な学びを生み出すための工夫

児童が自分事として考えられる場面設定として、「各学級に配置されているボールがパンクして使えない状態にある学級が多い」ということ、「学校で集めている空き缶がお金になり、そのお金でボールを購入することができる」ということを事前に特別活動を通して学年で話し合っている。活動の目的を明確にすることで、自分達の身近な問題に主体的に取り組めるように設定している。

このような身近な自分達の問題を取り扱うことで、主体的に関数の考え方をういて問題解決させる。そして、出てきた結果からより早く購入するにはどうしたらいいのかを主体的に考えさせるようにしたい。

め 増え方が一定じゃないものは予測できない?

問 ボールを6個買えるのはいつ頃になる?

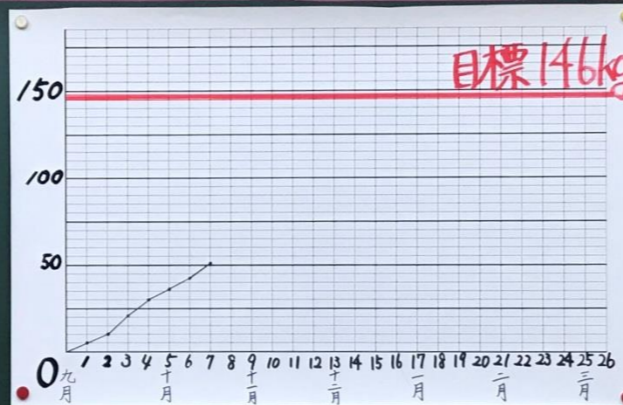
週数(週目)	1	2	3	4	5	6	7
重さの合計(kg)	5	10	21	30	36	43	51

見 目標 146kg

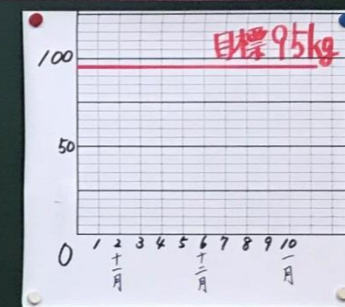
表 増え方が一定じゃない → 比例はない!
決まった数

グラフ 直線っぽい → 比例と教えて!!
平均?

ま 比例の関係にあるとみると、だいたい予測ができる。



だいたい 21週目くらい 2月の初め? 遅い!! もっと早くしたい...



1週間に11kgずつ

ふ 今日使った見方考方 どうすればいい?

問いの共有・見通し

自力解決①

学び合い

自力解決②

まとめ・振り返り

【問題を共有し、解決するための見通しを立てる】
T: ボールを6個買える時期を調べるにはどのように考えたらいいかな? 目標は?
C: 目標の重さは146kg。
C: 今まで集めた重さは昨日表にまとめたよ。
T: この表からは買える時期を予測することはできないかな?
C: 増え方が一定じゃないから、この表からは難しいかも。比例していないから。
T: 増え方や決まった数が一定じゃないものは予測できない?
C: 表だけじゃ分りにくいから、グラフに表して見てみたい。
T: まずはグラフに点をとってみよう。
【グラフに表す】
C: グラフにある点は、やっぱりばらばらだ。
C: ばらばらだけど、並びはきれいだよね。
T: 実際に点と点を結んでみよう。
C: 線を結んでみたら、少し曲がっているけど、直線っぽいね。
T: 直線ではないけど、およその時期を予測できないかな?
C: 速さのときも本当はばらつきがあったけど、平均を使って、同じ速度で走ったとして考えていたね。
C: 比例しているとして考えてもいいんじゃない?
T: 比例と考えるなら、どんなグラフになるかな?
C: 7週目を通る直線になればいい。
C: ちょうど真ん中あたりを通ればいい。
T: どんなグラフになるか、ノートに書いてみよう。そう考えた理由も書いておこう。

指導上の意図
○数学的活動の1回目・2回目のサイクルで理想化・単純化した経験を想起させ、厳密に言えば比例ではないが、およそ比例の関係にあるとみて考えられるようにする。
○グラフで表現することで、どのように変化しているかを明確に捉えられるようにし、問題解決ができる見通しをもたせる。

【一週間あたりの缶の重さが比例して増えていくと考え、購入できる時期を予測する】
T: 目標の146kgをグラフに描き入れてみよう。
C: これに到達すればいいんだよね。
C: 今までの増え方の平均は(5+5+11+9+6+7+8)÷7で約7kg。7kgずつ増えていくとして考えると・・・。21週目くらいになるから、2月の初めには買えそうだな。
C: 重さの合計÷週数をしてみよう。5, 5, 7, 8, 7, 7, 7の決まった数の合計を7で割ると約7。決まった数を7として考えると21週目に買える。2月の初めだね。
C: 1週目が5kgだから、5kgずつ増えるとして考えると、え! グラフからはみだしちゃった!
C: 表でみると、増え方の最大は11kgだから、11kgずつ増えていくと考えると2学期中に買える!
C: 7週目で51kgだから、14週目で102kg。だから21週目までは目標を超えそうだな。
C: 大体この辺を通ったらいいんじゃないかな。
C: yの数は決まっているから、増え方を表す決まった数を決めれば、式を使ってもxの週数が求められるね。

指導上の意図
○表やグラフの役割を捉えながらそれらを用いて考えの根拠を明確にし、比例の関係にあることを用いて予測するように促す。
★つまずいている児童には、平均の考えに着目させグラフを用いて予測させる。

【どのように考えたのかを共有する】
T: 自分の考えを友達に説明しよう。
C: 僕の予測は、21週目くらいになりました。今までの一週間あたりに増えた量の平均に着目して、それがずっと続くと仮定しました。平均を求め方は、7週間の合計÷7週間で約7kg。一週間に7kgずつ増えていくグラフを描くと、大体21週目頃に集まると予測できます。
C: 私の予測も21週目くらいになりました。重さの合計÷週数をして出た結果を平均して、決まった数を7として比例のグラフを描くと、大体21週目くらいになりました。
C: 僕の予測は、14週目くらいになりました。増え方の最大に着目すると、最大は11なので比例と考えると11ずつ増えていくと考えると、14週目に買えることが分かりました。
T: どの予測が納得できる?
C: 最大の11を決まった数として考えていくのは、早く買えそうだけど、実際に集まっているのはもっと少ないから、予測としては・・・。
C: いつ頃買えそうかが目的だから、あまりよい予測をしすぎてもいけないと思う。
C: あまり集まらなかった時もあったので、やっぱり平均の考えをしている7kgずつ増えていく予測の方が、一番可能性が高いと思う。
C: 21週目の2月初めだと、ぼくらがボールで遊ぶ期間は1ヶ月半くらいしかない。ほとんど使えないじゃん!
C: もう少し早くするにはどうすればいいだろう。
C: 今のペースじゃだめだから、もっとたくさん集めていかないといけないね。2学期中にはボールを買いたい。

指導上の意図
○結論→考え方の順で説明させる。
○自分が何に着目し、表や式、グラフのどれを用いて、どう考えたのかを明確にし、結果をどう予測したのかを説明することを重視する。
○結果の妥当性を考えさせる。

【結果を受けて、目標を達成するための計画を立てる】
T: どれくらいのペースで集めていけば、2学期中に集めることができるだろうか? 予測できる?
C: グラフを使えば簡単に予測できる。
C: 式を使っても予測できる。
T: 残りどれくらいをいつまでに集めるの?
C: 今、51kgだから、あと95kg集めれば、目標を達成できる。
T: 目標を2学期中に達成するには、一週間あたりどれくらい集めないといけないのかをグラフや式を使って考えてみよう。
C: 集めなければならない重さが95kgで9週目までに集めたいから、0から9週目の上の95まで直線を引けばいいね。
C: 式で考えると、95=決まった数×9だから、決まった数は10.5...で約11kg。
C: だいたい11kgずつくらい集めたらいいかな。
C: 今までの平均が7kgだから、ちょっと厳しいかも。
C: 今までの最高と同じ重さだ。
T: 大体どれくらい集めないといけないの?
C: グラフを使って考えても、やっぱり一週間あたり約11kg。
C: yが95で、xが9と分かっているから、式でも増え方が分かるね。決まった数は約11kgだから、式で見ても一週間あたり約11kg必要だ。
C: かなり集めないといけないね。
C: このままでは集まらないから、何か方法を考えないと。

指導上の意図
○結論→考え方の順で説明させる。
○自分が何に着目し、表や式、グラフのどれを用いて、どう考えたのかを明確にし、結果をどう予測したのかを説明することを重視する。
○結果の妥当性を考えさせる。

【立てた計画を成功させるには、どうすればよいのかを考える】
C: このままでは2学期中にあつまらないから、もう一度全校に呼びかけて、全校で2学期中の達成を目指したらどうかな。
C: 子供だけに呼びかけるんじゃなくて、各家庭にも呼びかけて、お家の人にも協力してもらえばいい。
C: お家の人に協力してもらうには、手紙で知らせたらいいかな。
T: では、今日の学習を振り返ってみよう。
T: 今日は増え方や決まった数が一定じゃないものは予測できなかった?
C: 比例の関係にあるとみること、大体の予測ができた。
T: その予測は確実?
C: 本当は比例の関係じゃないから確実じゃない。
C: でも、大体の傾向が分かるグラフで判断して、知りたい数を求めるために式に表すと、1週間に11kgずつ集めたらいいと分かったよ。
T: 今日の振り返りの視点は2つです。
1つ目は、「今日使った見方・考え方」
2つ目は、「みんなが予測した「1週間あたり11kgを集めるにはどうすればいいか」を書きましよう。」

振り返りの視点
⑤ 今日使った見方・考え方
・1週間あたり11kgを集めるにはどうすればいい?
指導上の意図
○個々の考えを交流し、自分の考えを深めさせる。