

単元名 「比例と反比例」

小学校学習指導要領 (H29)
C(1)ア(ア)(イ)(ウ)イ(ア)

令和元年10月28日(月)第5校時
6年1組 23名 授業者 村上 達哉

本単元で目指す子供の姿

- ①日常生活において、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの変化や対応の特徴に着目して、多面的に捉え、比例の関係にあるとみることで、能率よく処理しようとする姿。
- ②日常生活で、学んだことを生かして問題解決を行い、結果の妥当性について考察している姿。

これから働かせていく見方・考え方

<中学校>

- 第3学年 C** 関数 $y=ax^2$
 ○関数関係に着目。
 ○関数関係の特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する。
- 第2学年 C** 一次関数
 ○関数関係や変化の割合に着目。
 ○関数関係の特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する。
- 第1学年 C** 比例、反比例
 ○具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目。
 ○関数関係を見だし、その特徴を表、式、グラフなどで考察する。

単元デザイン(全14時間)

3. 日常生活に生かす。

- 日常生活や算数の学習などの場面で、能率のよい処理の仕方を求めて、積極的に比例の関係を生かそうとしている姿。
- 伴って変わる二つの数量の関係を調べることを通して、比例の関係を統合的に捉えたり、発展的に考察したりしている姿。

⑬⑭ 比例の関係を統合的・発展的に考察する。

⑪⑫ 日常生活の中で起こる事象を比例の関係にあるとみて、問題解決をする。

⑨⑩ 比例を用いて問題を解決する。

2. 比例(反比例)の関係について

変化や対応の特徴を見いだす。

- 比例の関係を表や式、グラフを用いてその関係を表現し、変化や対応の関係を捉えている姿。
- 反比例の意味を知り、その関係を式やグラフに表して特徴をつかむことで、比例についての理解を深めている姿。

⑦⑧ 反比例の性質と変化や対応の特徴を見だし、考察する。

⑤⑥ 比例の性質と変化や対応の特徴を見だし、考察する。

③④ 表、式、グラフを用いて、適切な表現を選択して、変化や対応の特徴を読み取り、考察する。

② 比例(反比例)の関係について、理解する。

1. 伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目する。

- 伴って変わる二つの数量の関係から、比例や反比例の関係を見だし、考察している姿。

① 二つの数量の関係から、一方が変わるともう一方が伴って変わることを見だし、それらの関係が比例や反比例ということを知る。

これまでの学びの経験

第4学年までに、伴って変わる二つの数量の関係を調べたり、変化の様子を折れ線グラフに表し、変化の特徴を読み取ったりすることや、身の回りから伴って変わる二つの数量を見だし、数量の関係を表、式、グラフに表し、調べることで、ものの位置の表し方について学習している。また、伴って変わる二つの数量の関係やそれらの関係に着目し、変化や対応の特徴を見だして、二つの数量の関係を表や式を用いて考察する力が養われている。

第5学年においては、簡単な場合についての比例の関係があることを知るところを学習している。また、数量の関係を表す式についての理解を深めるとともに、二つの数量の対応や変わり方に着目し、簡単な式で表されている関係について考察する力が養われている。

領域を貫く
数学的な見方・考え方

伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いて、変化や対応の特徴を考察する。

学習評価

【知識・技能】

・比例の関係を利用することで、手際よく問題を解決できる場合があることや、比例の関係をj用いて問題を解決していく方法を知っている。

【思考力・判断力・表現力】

・日常生活や算数の学習などの比例が活用できる場面において、比例の関係を生かして問題を解決している。

【主体的に取り組む態度】

・生活や学習に、比例が活用できる場面を見付け、能率のよい処理の仕方を求め、積極的に比例の関係を生かそうとする。

【知識・技能】

・二つの数量の対応している値の商に着目すると、それがどこも一定になっていることを理解している。

・比例の関係を表す式が、 $y=ax$ という形で表されることや、グラフが原点を通る直線として表されることを理解している。

・二つの数量の対応している値の積に着目すると、それがどこも一定になっているということを知っている。

・反比例の関係を表す式が、 $x \times y = a$ という形で表されることや、グラフについて、比例との違いを知っている。

【思考力・判断力・表現力】

・比例の関係をj用いて問題を解決する際に、目的に応じて、式、表、グラフなどの適切な表現を選択して、変化や対応の特徴を考察している。

【主体的に取り組む態度】

・目的に応じて適切な表現を用いるなど、式、表、グラフの表現の特徴やそのよさに気付いている。

【知識・技能】

・比例の関係の意味や性質を理解している。
・反比例の関係について知ることができる。

【思考力・判断力・表現力】

・伴って変わる二つの数量について、比例や反比例の関係にある数量を見だしている。

【主体的に取り組む態度】

・伴って変わる二つの数量において、規則性を見いだそうとしている。

本単元につながる見方・考え方

第5学年 C 簡単な場合の比例の関係

- 伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目。
- 変化や対応の特徴を見だして、二つの数量の関係を表や式を用いて考察する。

第4学年 C 変化の様子と表や式、折れ線グラフ

- 伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目。
- 変化や対応の特徴を見だして、二つの数量の関係を表や式を用いて考察する。

第3学年 A

- 二つの数量の關係に着目。
- 除法の性質を見いだす。

第2学年 A

- 二つの数量の關係に着目。
- 乗法の性質を見いだす。

第1学年 A

- 二つの数量の關係に着目。
- 加法・減法の性質を見いだす。

第3学年 D

- データを整理する観点に着目。
- 身の回りの事象について表やグラフを用いて考察して、見いだしたことを表現する。

第2学年 D

- データを整理する観点に着目。
- 身の回りの事象について表やグラフを用いて考察する。

第1学年 D

- データの個数に着目。
- 身の回りの事象について絵や図を用いて考察する。

単元目標

比例の関係の意味や性質、比例の関係をj用いた問題解決の方法、反比例について知るとともに、日常生活において、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いて変化や対応の特徴を考察し、問題を解決する力を伸ばす。また、考察の方法や結果を振り返って、解決の質的な改善をめざして多面的に考察しようとしたり、処理のよさを見だし、方法や結果を今後の生活に生かそうとしたりする態度を養う。

(知識及び技能)

- ・比例の関係の意味や性質を理解すること。
- ・比例の関係をj用いた問題解決の方法について知ること。
- ・反比例の関係について知ること。

(思考力、判断力、表現力等)

・伴って変わる二つの数量を見だして、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いてそれらの関係を表現して、変化や対応の特徴を見だすとともに、それらを日常生活に生かすこと。

(学びに向かう力、人間性等)

- ・数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度を養うこと。
- ・数学のよさに気づき学習したことを生活や学習に活用する態度を養うこと。

数学的な見方・考え方

○伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いて、変化や対応の特徴を考察する。

数学的活動

○本単元では、数学的活動ア「日常の事象を数理的に捉え問題を見いだして解決し、解決過程を振り返り、結果や方法を改善したり、日常生活等に生かしたりする活動」に重点を置く。

・日常生活における問題を算数の学習で解決するために理想化したり単純化したりすることによって定式化して、それを既習事項を活用しながら解決し、よりよい問題解決のために解決過程を振り返り結果や方法を工夫・改善するとともに、それらを日常生活の課題解決などに生かすようにする。

指導のねらい

第1学年から第3学年まで、ものともとのを対応付けること、一つの数を他の数の和や差としてみたり、乗数が1ずつ増えるときの積の増え方の様子に着目したりすること、第4学年では、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、表や式を用いて、変化や対応の特徴を考察することを学習している。第5学年では、簡単な場合についての比例の関係を知るとともに、伴って変わる二つの数量について、それらの関係に着目し、表や式を用いて、変化や対応の特徴を考察する学習をしてきている。

そこで本単元では、今まで身に付けてきた見方・考え方をもとに比例や反比例の関係の意味や性質、比例の関係をj用いた問題解決の方法を指導する。比例と反比例の表やグラフを比較する活動を通して、伴って変わる二つの数量の変化や対応の特徴をより多面的に見て考察させる。そして、日常の事象における伴って変わる二つの数量の関係を考察の対象を広げ、比例のj関係にあるとみることができものを中心に、日常生活における問題解決を通して、関数の考えを伸ばすことをねらいとする。

しかし、問題解決の際、理想化された数値から比例関係が成り立つことを前提に進めていては、本当の意味で活用しているとは言いがたい。生活場面の中には、「比例の関係らしいが、正確に比例の関係とは言えない」「比例の関係だろうけれど、実際に測定することができない」ものなどが多く存在する。その中で、厳密に考えれば比例の関係ではないが、比例のj関係にあるとみることjで答えを導き出し、その結果が導かれたという点を振り返ることができる子供の姿を目指したい。よって、比例かどうかを吟味する場面を丁寧に扱っていきたい。また、導き出した答えがおおよそ正しいことも比例関係から確かめることも重視したい。さらに、実測をするとうまく比例関係にならないものに対して、誤差を許容範囲とすることで比例のj関係にあるとみることができ、大まかな数値を求めることのよさにも触れさせたい。そして、それぞれのよさを把握した上で使いこなすことができるようにしていく。

将来、児童が実際に比例の関係を活用していくためには、実生活をもとにした場面を題材にし、自分自身で生活場面から算数の問題を導き出す経験を与えることも必要である。そういう経験をすることで、比例がより身近なものとなり活用されるものになっていくとともに、問題解決する中で、目的に応じて表や式、グラフを用いて、伴って変わる二つの数量を適切な表現を選択し、変化や対応の特徴を考察することで、それぞれの数学的表現の特徴やよさに気付かせたい。こうした問題解決の活動を通して、日常生活や算数の学習などの場面で能率のよい処理の仕方を求めて、積極的に比例の関係を生かしていこうとする態度を養いたい。

比例、反比例の学習は、日常生活において数量間の関係を探究する基礎となるものである。本学習の指導を通して、どんな二量が関わっているのかについては常に意識しなければならないし、その関係がいつでも変わらないものなのかについても吟味しなければならない。さらに、「本当に比例のj関係にあるとみてよいのか」について常に自問自答できるようにしていきたい。そして、「 $y=決まった数 \times x$ 」の決まった数(比例定数)に当たるものが、いったい何を表しているのかについて検討し考える活動を通して、中学校数学に向けて、伴って変わる二つの数量のj関係(関数関係)を常に見だし考察し表現する力の素地を培いたい。

【本時の目標】 日常の事象において、伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、厳密に見れば比例の関係ではないが、比例の関係にあると見ることで、問題解決をすることができる。

授業の視点

◎本時に働かせたい数学的な見方・考え方

本時では、日常の事象の問題解決を通して、厳密には比例とは言えないが、誤差を許容範囲とすることで比例とみて、大まかな数値を求める見方・考え方を働かせたい。そのために、目的に応じて表や式、グラフを用いて伴って変わる二つの数量を適切な表現を選択して、変化や対応の特徴を考察させる。また、「なぜ比例とみることができるのか」について考え、比例かどうかを吟味した上で、答えを導き出し、全学級数のボールを購入できる時期を比例関係から確かめるようにする。そして、厳密に考えれば比例の関係ではないが、比例の関係にあるとみることによって結果が導かれたという点を振り返ることも重視したい。こうした活動を通して、日常生活や算数の学習などの場面で、能率のよい処理の仕方を求めて、積極的に比例の関係を生かしていこうとする態度を養いたい。

◎主体的な学びを生み出すための工夫

児童が自分事として考えられる場面設定として、「各学級に配置されているボールがパンクして使えない状態にある学級が多い」ということ、「学校で集めている空き缶がお金になり、そのお金でボールを購入することができる」ということを事前に特別活動を通して学級で話し合っている。活動の目的を明確にすることで、自分達の身近な問題に主体的に取り組めるように設定している。身近な自分達の問題を取り扱うことで、主体的に数学的な考え方や関数の考え方をういて問題解決させる。そして、出てきた結果からより早く購入するにはどうしたらいいのかを主体的に考えさせるようにしたい。

め 何に着目して、問題解決をする？

問 ボールを6個買えるのはいつ頃になる？

週数	1	2	3	4	5	6	7
重さ(kg)	7	15	24	29	33	37	42

目標 146kg

だんだん増えている。
増え方が一定じゃない
4週目からペースが落ちている。
比例になってない

ま 比例の関係にあるとみれば問題解決できる。

自 増え方に着目！
同じ増え方をくり返せば...
めんどくさい！
23週目くらい...
3月第1週 集めれば...
おせい!!

○点の散らばりに着目
1週間あたりの集め重
42 ÷ 7 = 6 平均(6kg)
この時のペースだと...
25週目

○1週目に集めた重さ 7kg
このペースだと...
21週目

式 146 = 6 × x
x = 146 ÷ 6
= 24.3... 25週目

式 146 = 7 × x
x = 146 ÷ 7
= 20.8 21週目



【問題場面を提示する】
T: ボールを6個買える時期を調べるにはどのように考えたらいかな？今わかっていることは何？
C: 一週間あたりの空き缶の重さがわかっている。
C: 今まで集めた重さは昨日表にまとめたよ。
C: 目標の重さは146kg。
T: 表からどんなことが見えてくる？
C: 集めた缶の重さはだんだん増えている。
C: どれくらい増えているかわかるね。
C: 表を横に見たら、8, 9, 5, 4, 4, 5と増えているよ。
C: そうすると、一週間で増えている重さは、7, 8, 9, 5, 4, 4, 5kgだね。
C: 9増えたり、4増えたりと増え方はばらばらだ。
C: 比例にはなっていないね。
T: 比例じゃないってどういうこと？
C: 増え方が一定じゃないから。
C: 重さ÷週数の決まった数もばらばらだから。
T: 比例じゃないから、この表を使っても買える時期を予測することはできないかな？
C: 今後の増え方がわからないから予測は難しいかも。
C: でも、平均を使ったら予測できそう。
T: 平均を使うとだいたい何か月でどれくらい分かるね。でも、これまで変化や対応の様子を見ていくときに使ったのは、表だけだったかな？
C: グラフも使ったよ。
T: では、グラフからも同じように予測はできるかな？
T: グラフにしたなら、どんなグラフになりそうかな？

指導上の意図
○前時までの学習から、問題を解決するために必要な情報について考え、表の変化や対応の特徴を捉えさせ、グラフで表現させる。
○表の考察から、比例ではないという根拠を説明させる。

【グラフを考察して、購入時期を予測できるかを考える】
T: どんなふうに点が並んでいるかな？
C: 比例じゃないから、点がばらばらになっている。
C: この点をつないだら折れ線になる。
C: でも折れ線なんだけど、直線っぽいよね。
C: 折れ線は折れ線だけど、ずっとつなげていけば予測はできるんじゃない？
T: 比例じゃないのに予測はできるの？
C: でも、直線と見たらいいんじゃないかな。
C: 7週目で42kgが使えるかも。
C: 1週目の増え方に着目してもいいかもね。
C: グラフの続きはその増え方で伸ばしていけば...
C: 確実ではないけど、およその時期は分かるかも。
T: 話し合ったことを手がかりに、このグラフから増え方を予測して購入できる時期を調べてみよう。
C: 同じ増え方を繰り返して折れ線を描くと23週目で目標に到達する。
C: 途中までは折れ線で、続きは平均の6ずつ点をとって伸ばしてみよう。
C: 予測の線は直線になるな。
C: 同じ数ずつ増えているから比例のグラフに見える。
C: 下に向けて直線を伸ばしてみたらどうなるだろう。
C: 0にくっついた。これは比例と言えるかも。
C: このグラフから考えると、25週目になりそうだな。

指導上の意図
○グラフで表現することで、どのように変化しているかを明確に捉えられるようにし、問題解決ができる見通しをもたせる。
★見通しがもてない児童に対しては、友達考えを参考にさせ、グラフに表現できるようにする。

【どのように考えたのかを共有する】
T: どのように考えた？
C: 僕の予測は、23週目になりました。まず、7週目までの増え方に着目して、そのままいくと仮定すると、7, 8, 9...と点をとっていきます。そうすると、週目の手前で目標を超えるので23週目に購入できると予測できます。
C: 僕の予測は、22週目になりました。まず、1週目の増え方で今後増え続けると仮定すると、1週間で7kg。7ずつ点をとっていくと22週目の手前で目標を超えるので、22週目に購入できると予測できます。
C: 僕の予測は、25週目になりました。まず、僕は1週間あたりの増える重さの平均に着目して、42 ÷ 7で6。グラフの続きを6kgずつ点をとって伸ばしていきました。すると、25週目の手前で目標を超えたので、25週目に購入できると予測できます。
C: 僕も同じように平均の考えを使って同じ結果になりました。違うところは、下方向にも伸ばしたところ。下方向へ伸ばすと、0につきました。直線を引いてみると、これは比例のグラフだと言えそうと思います。
C: このグラフは比例とみていいのかな？
C: もとは違うけど、平均で考えたら比例になると思う。
C: 比例と言えるのなら、式でも求められるんじゃない？
C: 平均の重さを6kgとするなら、決まった数は6になるね。式は、yは146だから、146 = 6 × xだね。
C: 計算すると、23.17...になるので、購入できるのは25週目で、グラフでわかった結果と同じだ。

指導上の意図
○自分が何に着目し、どう考えたのかを明確にしながら、結果をどう予測したのかを説明することを重視する。
○比例のグラフだと言え根拠を説明させる。

【グラフを直線で表し、比例の関係を使って問題解決をしてよいかを話し合う】
T: 確かにこの考えだと比例になるけど、本当に比例で考えてもいいんだろうか？
C: 折れ線の途中から点を6ずつとって、直線を引くと直線になるから比例と思ったんじゃないかな。
C: でも、折れ線の部分は直線じゃないから比例とは言えないよね。
C: もし、このまま直線を下向きに伸ばしたらどうなるんだろう？
C: 直線を引くと、0についたよ。
C: グラフが0を通る直線になったから比例と思ったんだね。
C: 表を見たらわかるけど、比例にはなっていないから本当はダメだよ。
C: でも、あくまでも予測だからいいんじゃない？
C: 僕もいいと思う。だって、折れ線で考えても、比例で考えても、だいたい同じ時期になるから、予測としては使えるんじゃないかな。
C: 一週間あたりの増える量の平均を7kgで考えた人もいたけど、これはこれで早いペースだったら22週間で集まるという見通しも持てるよね。

評価の見取り
【思・判・表】日常生活において、伴って変わる二つの数量に着目して問題解決をし、解決の質的な改善を目指して、多面的に考察しようとする事ができる。
指導上の意図
○厳密に考えれば誤差があり、比例の関係ではないものを比例の関係にあるとみられるようにする。

【二つの数量の関係を比例とみて式を立て、本時の学習過程を振り返る】
T: ほかに比例と言える根拠はない？
C: 直線になったから、式でも表せる。
C: 平均を6kgで考えると、y = 6 × xになる。
C: 早いペースなら y = 7 × xなる。
C: 式で考えると、表やグラフで考えるより早く解決できるしわかりやすい。結果もグラフでわかったことと同じになった。
C: y = 決まった数 × x になるということは、比例ってことだよな。
C: でも、この調子だと3月初めに購入だから、6年生がボールを使える期間は短い。
C: もっと早く買うにはどうすればいいだろう。
C: 早く買うために1週間あたりに増える重さを7kg以上にすれば、1年半ばまでに集まるよ。
C: でも現実的には厳しいんじゃないかな。
T: 今日使った考え方は？
C: 表やグラフ、式を考察して、だいたいの比例とみて考えた。
T: 比例の関係にあるとみると、これからを予測することができたね。今日の振り返りは、「新しくわかったことや新しい考え方」を書きましょう。
C: 今日は、二つの数量に着目するだけでなく、だいたいの比例の関係にあると見ることで上手く問題解決ができたよ。
C: 表で考えるより、グラフで考えたほうが予測しやすかったな。それに、式に表すことができれば早く求められた。
C: もっと早く集めるには、一週間あたりの集める量を増やさないといけない。
C: そのためには、全校に呼びかけて、みんなに協力してもらったらいんじゃないかな。

振り返りの視点
⑤ ・新しくわかったことや新しい考え方は？
指導上の意図
○個々の考えを交流し、自分の考えを深めさせる。