

# 検証問題 9 (1) (2)

令和5年5月15日 中部教育事務所



本問は、図形の性質について考察する問題である。特に(2)は結論が成り立つ証明を見て、問題の中の条件を一部変えると結論が成り立たないのはなぜかを、すでに書かれている証明から読み取らなければならない問題である。この問題を解くためには、まず論理的に考察し証明する力が必要となる。さらに証明するだけでなく、証明を読む力も必要になる。この2つの力を授業の中で育てていく必要がある。

9 次の図1のように、 $CA = CB$ の二等辺三角形 $ABC$ と、 $\triangle ABC = \triangle DEF$ となるような $\triangle DEF$ の2つの三角形を準備して、

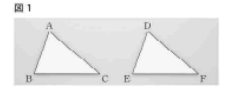


図1の2つの三角形の頂点を重ね、次の方法1と方法2でそれぞれ2つの直線をひきます。

方法1

△ABCを置いて、直線BCをひく。そして、図2のように、△DEFを回して、点Fを点Aに、点Dを点Cに重ねる。

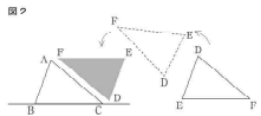
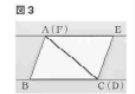


図3のように、点Aと点Fが重なった点をAとして、直線AEをひく。また、点Cと点Dが重なった点をCとする。



方法2

△ABCを置いて、直線BCをひく。そして、図4のように、△DEFを回して、点Dを点Aに、点Eを直線BC上に置く。ただし、点Eは点Bと重ならないように置く。

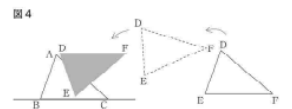
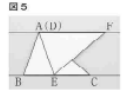


図5のように、点Aと点Dが重なった点をAとして、直線AFをひく。



仮定からは、方法1の直線BCと直線AE、方法2の直線BCと直線AFがそれぞれ平行になるのではないかと考え、調べることにしました。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 仮定からは、前ページの図1の方法1の直線BCと直線AEが平行になるかどうかを調べるために、右の図6をかきました。図6の△ABCと△CEAは、それぞれ $CA = CB$ 、 $AC = AE$ で、 $\triangle ABC = \triangle CEA$ です。

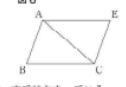
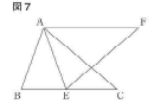


図6において、 $BC \parallel AE$ であることは、すでにわかっている $\triangle ABC = \triangle CEA$ をもとにして、同位角または錯角が等しいことを示すことで証明できます。 $BC \parallel AE$ であることを証明しなさい。

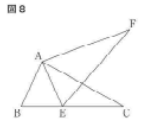
(2) 仮定からは、前ページの図1の方法2の直線BCと直線AFが平行になるかどうかを調べるために、次の図7をかきました。図7の△ABCと△AEFは、それぞれ $CA = CB$ 、 $FA = FE$ で、 $\triangle ABC = \triangle AEF$ です。この図において、仮定からは $BC \parallel AF$ であることを証明することにしました。



$BC \parallel AF$ であることを、次のように証明できます。

証明1  
 $\triangle ABC = \triangle AEF$ より、合同な図形の対応する辺と角それぞれ等しいから、  
 $AD = AE$  ①  
 $\angle ABC = \angle AEF$  ②  
 $\triangle ABC$ において、二等辺三角形の底角は等しいから、  
 $\angle EAF = \angle AEF$  ③  
 ②、③より、  
 $\angle ABC = \angle EAF$  ④  
 また、①より、 $\triangle ABE$ は二等辺三角形である。  
 二等辺三角形の底角は等しいから、  
 $\angle ABE = \angle AEB$  ⑤  
 $\angle ABE = \angle ABC$ だから、④、⑤より、  
 $\angle EAF = \angle AEB$   
 よって、錯角が等しいから、  
 $BC \parallel AF$

次に、仮定からは、19ページの図1の2つの三角形を $\triangle ABC = \triangle DEF$ であることは変えずに、二等辺三角形ではない三角形に変えました。この場合も方法2でひいた2つの直線が平行になるかどうかを確かめたいです。2つの直線は平行になりませんでした。なぜ平行にならなかったのかを調べるために、次の図8をかきました。図8の△ABCと△AEFは二等辺三角形ではなく、 $\triangle ABC = \triangle AEF$ です。



仮定からは、図8で $BC \parallel AF$ とならないのは、前ページの証明1の①から⑤のどれかが成り立たないからだと考えました。図8のような二等辺三角形ではない合同な2つの三角形の場合には、 $\angle EAF = \angle AEB$ とならないため、 $BC \parallel AF$ となりません。このことは、証明1をもとに、次のように説明することができます。

二等辺三角形ではない合同な2つの三角形の場合には、証明1の□1が成り立たないから、□2が成り立たない。よって、 $\angle EAF = \angle AEB$ とならないから、 $BC \parallel AF$ とならない。

上の□1には証明1の①、②、③のどれか1つが、□2には証明1の④、⑤のどちらか1つが当てはまります。□1、□2に当てはまるものをそれぞれ書きなさい。

R3全国学力・学習状況調査  
 関連のある問題の概要と結果

- 9(1)全国平均正答率44.3%
- (2)全国平均正答率64.3%
- (3)全国平均正答率28.8%

H31全国学力・学習状況調査  
 関連のある問題の概要と結果

- 7(1)全国平均正答率75.8%
- (2)全国平均正答率77.2%
- (3)全国平均正答率53.3%

図形の性質を考察する場面では、予想した事柄について成り立つ理由を筋道を立てて考えたり、問題解決の過程を振り返って本質的な条件を見いだしたりすることが大切である。

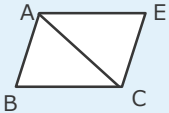
# 授業改善のPoint I 子どもの実態に合わせて工夫しながら説明する場面を設定する

論理的に考察し証明する力を付けるためには、子どもの実態に合わせて工夫しながら説明する場面を設定する必要がある。始めから証明を書かせることが難しい場合でも、「わかったことの根拠は何か」「証明の順番はこれでいいのか」「矛盾していることはないか」などを考えさせる場面を設定する。そうした説明し合う活動を通して、生徒は自身の思考の過程を振り返り、論理的思考力を高めていくと考えられる。

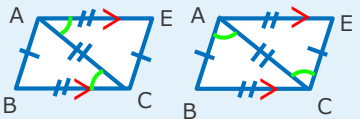
## 場面1

図を使って、口答で説明する

BC//AEになることを証明しよう



等しいとわかった辺の長さや角の大きさはどこですか？図に書き込んでみよう。なぜ等しくなるのか根拠を確認しよう。違いがあれば、相談してみよう。



えっ、なんでその角が等しいということを使うの？



結論はBC//AEだから、錯角はこっこの錯角だと思うよ。



## 場面2

カードを使って、並び替えながら説明する

AB=CE	BC//AE
CB=CA	CA=CB
$\angle BCA = \angle EAC$	BC//AE
$\angle BAC = \angle ECA$	$\angle BCA = \angle EAC$
$\angle ABC = \angle CEA$	$\triangle ABC \cong \triangle CEA$
$\triangle ABC \cong \triangle CEA$	

生徒の理解度によって、カードの内容や量を調節するとよい。紙のカードだけではなく、ICTを利用することもできる。



それぞれ選んだカードの根拠は何ですか？並べる順番はこれでいいですか？それはなぜですか？



合同のカードが一番下でいいのかな？

合同であることはすでにわかっていることだから、上の方にした方がよいと思うよ。



## 場面3

ノートに証明を書き、それを見せ合いながら説明する

書いた証明を見せ合い、同じところと違うところを見つけ、なぜ同じになるのか、なぜ違うのか話し合ってみよう。またそれぞれの証明で矛盾しているところがないか相談してみよう。



<修正前のノート>  
 $\angle BCA = \angle EAC$   
 平行な図形の錯角は等しいから  
 $BC \parallel AE$

(生徒のノートのメモ)  
 角が等しいことにも根拠を付け加えるとわかりやすくなる。

自分の書いた証明は消さないでおこう。間違ったところは二重線をして、なぜ違っていたのかメモを残しておこう。

<修正後のノート>  
**合同な図形の対応する角は等しいから**  
 $\angle BCA = \angle EAC$   
 平行な図形の錯角は等しいから **錯角が等しいから**  
 $BC \parallel AE$

(生徒のノートのメモ)  
 平行であることは結論だから根拠として使ってはダメ。



## GOAL

自分で簡潔明瞭な証明が書ける



生徒が自分の思考を表現できるように、生徒の実態に合わせて、説明する場面を設定しよう。

毎時間の振り返り等を活用して、徐々に論理的な思考になっていることを、生徒自らが実感できるようにしていくことが大切である

# 授業改善のPoint II 証明を読む必然性を考え活動を設定する

証明を書くこととともに、証明を読むことも大切である。証明を読むことは、証明を評価・改善したり、**本質的な条件**を見だし**統合的・発展的**に考えたりする際に必要である。そのためには、証明を読む必然性を考えて活動を設定する必要がある。

## 活動1

1度書いた証明を見直して、新しくわかることはないか考える

## 活動2

推論の過程が不十分である証明を読んで、それを改善する

## 活動3

友達と証明を読み合っ、違いやその理由を考える

## 活動4

1度解いた証明について、条件を変えて考え、本質的な条件を見つける



### <パターン1>

同じ結論がいえそうなき、証明のどこが変わるのかを見つける

### <パターン2>

同じ結論がいえそうなき、証明のどこが成り立たなくなるのかを見つける

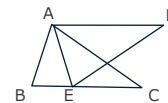
## GOAL

どんな証明でも図と対応させて、証明を読むことができるだけでなく、さらに生徒自ら条件を変えて考え、図形の本質を見つけて発展的に考えることができる

## 9 (2) のように証明を読むことが統合的・発展的に考察することにつながる



方法2でも2つの直線が平行線になることが証明できたね。



条件を変えても同じことがいえるのかな。



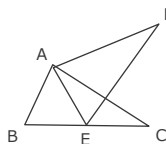
二等辺三角形でない合同な三角形でも平行線がかけられるのかな？



図をかくと、平行になってないように見えるね。



前の証明のどの部分がいえないのだろうね。



二等辺三角形という条件がなくなっているから $\angle EAF = \angle AEF$ の部分がいえなくなるね。



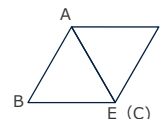
本当だ。だから $\angle ABC = \angle EAF$ も、これが根拠になっているからいえなくなるね。



二等辺三角形という条件は、2つの直線が平行になるためには必要なんだね。



二等辺三角形じゃなくても、**2つの角の大きさが同じ**なら成り立つんじゃない？

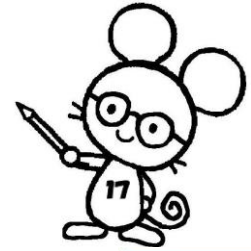


じゃあ、**正三角形**でも2つの角が同じだからきつといけるね。



証明を読んで新たな性質を見出すプロセスは数と式の領域においても必要である

# 関連資料



## 【国立教育政策研究所】

平成31年度 全国学力・学習状況調査 授業アイデア例

「どのような四角形であれば結論が同じになるか考えよう」

(国立教育政策研究所HPよりダウンロードできます)



## 【国立教育政策研究所】

令和5年度 全国学力・学習状況調査解説資料 中学校数学p.45～p.49

令和3年度 全国学力・学習状況調査報告書 中学校数学p.59～p.66

平成31年度 全国学力・学習状況調査報告書 中学校数学p.38～p.44

(国立教育政策研究所HPよりダウンロードできます)



## 【文部科学省】

中学校学習指導要領 (平成29年告示) 解説数学編 p.26～p.29 p.35～p.36 p.108～p.116

## 【高知県】

算数・数学単元テスト 中学校2年 「平行と合同」 単元チェック 4

チャレンジ 4

(高知県単元テストシステムよりダウンロードできます)

