

研究主題 「深い学びの実現に向けた学習過程の工夫」～数学科を軸とした各教科における見方・考え方を働かせた授業づくりを通して～

単元を貫く問い 直観的に捉えた図形の性質や関係を、論理的に考察し表現するためにはどうすればよいのだろう? ～数学的な推論の過程を簡潔・明瞭・的確に～

この単元と関連した領域の付いている力(◆)と内容(・)

【小学校第6学年まで】

◆図形を構成する要素や図形間の関係などに着目し、身の回りの事象を図形の性質から考察したり、図形の計量について考察したりする力

・直線、直角、等長、等角、平行、垂直、合同、縮図や拡大図、対称な図形

・平面図形や立体図形や計量(面積、体積)

数学的活動

観察や操作、実験から新しい図形の性質を見だし、数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動

図形についての性質や関係を見いだしたり、見いだした過程を振り返ったりして、統合的・発展的に考察する活動

日常の事象における形を平面図形や空間図形とみなすことで問題を解決したり、その結果の意味を解釈したりする活動

本単元の目標

平面図形や空間図形について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができる。

学びに向かう力、人間性等

- ・平面図形や空間図形の性質や関係を捉えることよきについて粘り強く考え、学んだことを生活や学習に生かそうとする態度。
- ・直観的に捉えたことや問題解決した過程を振り返って、よりよい解決の方法や表現の仕方を検討しようとする態度。
- ・平面図形や空間図形の構成要素の関係を、見方を変えて多面的に考えようとする態度。

思考力・判断力・表現力等

- ・図形の性質や関係に着目して、基本的な作図の方法を見いだしたり、図形の移動に着目し、二つの図形の関係を考察し表現したりすること。
- ・基本的な作図や図形の移動を具体的な場面で活用すること。
- ・空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものと捉えたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を見いだしたりすること。
- ・立体図形の表面積や体積の求め方を考察し表現すること。
- ・図形の性質や関係を直観的に捉え、その性質を論理的に考察し表現すること。

知識及び技能

- ・角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線などの基本的な作図の方法を理解すること。
- ・平行移動、対称移動及び回転移動について理解すること。
- ・空間における直線や平面の位置関係を知ること。
- ・扇形の弧の長さや面積、基本的な柱体や錐体、球の表面積と体積を求めること。

この単元からつながっている領域の付けたい力(◆)と内容(・)

【第2学年】

- ◆数学的な推論の過程に着目し、図形の性質や関係を論理的に考察し表現する力
- ◆図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだすことや学んだ図形の性質を具体的な場面で活用する力
- ・平行線や角の性質、多角形の内角、外角の性質
- ・証明の意味やその方法

評価規準

【知】図形を平行移動、対称移動及び回転移動させることができ、それらの移動について理解している。

【思】図形の移動に着目し、二つの図形の関係について見いだしたり表現したりすることができる。

【主】平行移動、対称移動及び回転移動の意味を考えたり、移動の前後の二つの図形の性質や関係について考えようとしていたりしている。

【知】角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線などの基本的な作図ができ、その方法を理解している。

【思】図形の性質に着目し、基本的な作図の方法を考察し表現することができる。

【主】作図を活用した問題解決の過程を振り返って、作図した図形が条件に適しているか、検討しようとしていたりしている。

【知】空間における直線や平面の位置関係を知っている。

【知】空間図形を見取図、展開図、投影図を用いて表すことができ、それらの意味を理解している。

【思】空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものと捉えたり、空間図形を平面上に表現して空間図形の性質を見だしたりすることができる。

【思】空間における直線と平面の位置関係を見いだしたり表現したりすることができる。

【主】直線や平面図形の運動によって構成される空間図形の性質を見だそうとしていたり、空間における直線や平面の位置関係について考えようとしていたりしている。

【知】扇形の弧の長さや面積、基本的な柱体や錐体、球の表面積と体積を求めることができ、求め方を理解している。

【思】立体図形の表面積や体積の求め方を図形の動きから考察し表現することができる。

【主】空間図形の性質や関係を、生活や学習に生かしたり、問題解決の過程を振り返って検討し、より簡潔な方法や表現を考えたりしようとしていたりしている。

見方・考え方を働かせている生徒の姿

観察や操作を通して、図形の構成要素や構成の仕方に着目し、それらの相等関係や位置関係を論理的に考察し、表現している姿

図形から直観的に捉えたことを、図形の形や大きさ、構成要素や動きに着目し、見いだした関係や性質を統合的・発展的に考えている姿

図形間の関係に着目して、対称性を考察している姿

図形の大きさを、図形の動きや構成要素に着目して捉え、よりよい解決方法を考えている姿

生徒の実態と指導観

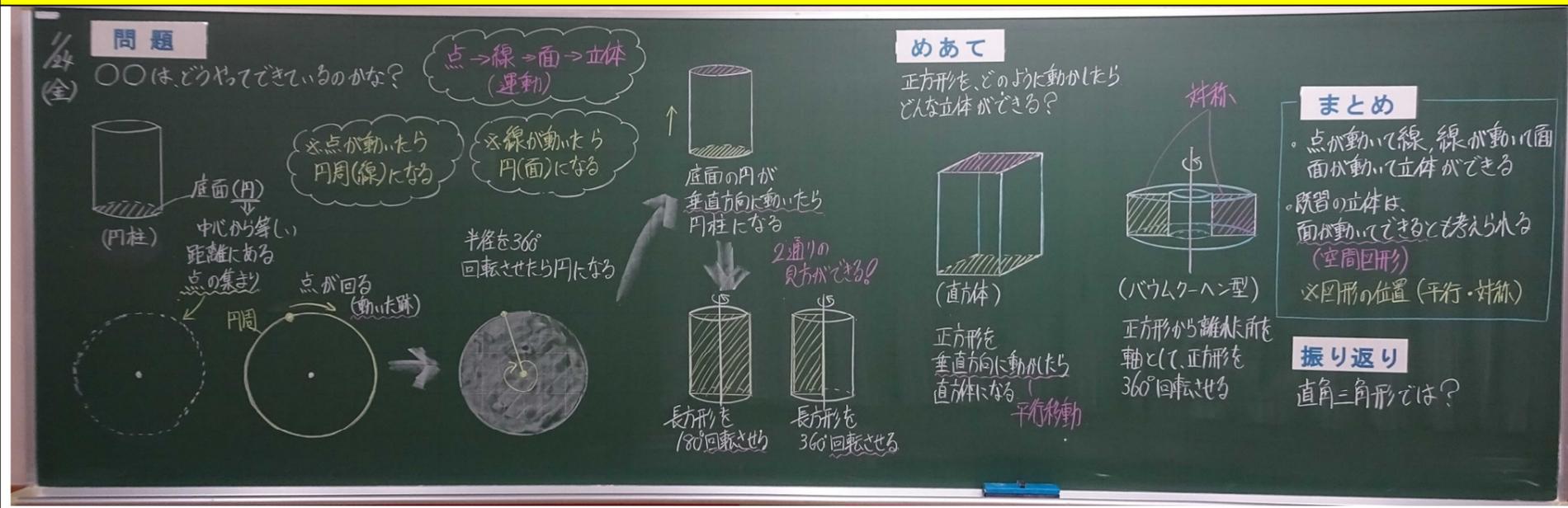
本学級の生徒は、事象を直観的に捉えたことを発言したり、捉えたことを他者に説明するときに数学用語を使って説明しようとしていたりする姿が見られてきた。自分の考えを記述し相手に説明する中で、相手を納得させることができる根拠が含まれているのかについて、振り返ることを大事にしてきこともあり、自分の説明の不十分さに気づき、修正する姿も見られるようになった。

第1学年では、図形の構成要素や構成の仕方に着目し、図形の性質や関係を直観的に捉え論理的に考察する力を養っていく。まず、日常の事象を図形の形や大きさ、構成要素や位置関係に着目して観察し、その特徴を捉えることで、図形の性質や関係を用いて日常の事象の特徴をより的確に捉えたり、問題を解決したりすることができることを目指す。その際に、図形の移動に着目して、図形間の関係として対称性を考察するとともに、見いだした図形の関係や性質を表現する活動を大切にする。また、角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線など基本的な作図を図形の対称性や図形を決定する要素に着目して作図の方法を考察し表現することで、図形に対する見方を豊かにしていく。さらに、空間における直線や平面の位置関係を知ったり、直線や平面図形の運動によって空間図形を構成したり、空間図形を平面上に表したり、平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりする学習を通して、論理的に考察し表現する力の素地を養っていく。

本時における指導では、小学校算数科で立体図形を面を組み合わせた図形として扱っていたものを、平面図形の運動によって構成された空間図形として捉えさせていく。そのために、空間図形の構成要素が、点から線へ、線から面へと運動によって構成されたものと捉えさせていくとともに、面の運動からどのような空間図形ができるのか考察させていく。また、直観的に捉えたことを他者に説明する際には、図形の移動の性質や図形間の対称性などに着目し、数学的な表現を用いて簡潔・明瞭・的確に表現させていきたい。

【本時の目標】 平面図形の運動によって空間図形を構成し、平面上に表現することができる。(本時 14/28時間)

【本時における数学的な見方・考え方】 図形の構成要素の位置関係や動いた跡に着目し、平面図形の動かし方を見いだす。



◎深い学びの実現に向けた「問題」と「めあて」の工夫
 本時の学習では、これまで立体図形として扱ってきた図形を、線や面の一部を組み合わせたものであるという捉えから、運動によって構成されたものへと図形の見方・考え方を広げる授業を構想している。そのため、これまでに学習した立体図形が、それぞれどのように構成されているのか考えることを「問題」として設定した。その際、円柱の構成の仕方を捉える際に働かせた見方・考え方を基に、運動の視点から問題解決を図る「めあて」へつなげていく。

◎教科の見方・考え方を働かせて課題解決させる手立て
 問題解決の際には、操作と見取図を比較するだけでなく、動かす前と動かした後の図形の位置関係を、対称性や移動の性質に着目して捉えさせることで、数学的な見方・考え方を広げ高めるとともに、図形概念を広げていく。その際、構成された空間図形の中にある合同な平面図形に着目し、その図形や動いた跡を可視化することで、動かす前と動かした後の平面図形を比較して構成の仕方を捉えさせていく。



<p>問題：○○は、どうやってできているのかな？</p> <p>T 円柱は、どうやってできているの？ S 平面と曲面でできています。 S 底面と側面でできています。 S 円と長方形でできています。 T 底面は、どんな図形ですか？ S 円です。 T 円って、どんな図形のこと？ S 丸です。 S 中心から等しい距離にある点の集まりです。 T 点が何個集まったら円になるの？ S たくさん。いっぱい。無数。無限。 T では、点をいっぱい取って円を描いてみて。 ※生徒が、点をとって円を描く。 T みんな、こんな風に円を描いているかな？ S 円は、コンパスを使って描きます。 ※生徒が、黒板に円を描く。 T コンパスで描いた円は、点を集めて描いているの？ S 集めていないです。コンパスを回して線を描きました。 T 回すということは、この点が、どうなってる？ S 点が回った。一周した。点が動いた。 T 今描いたのは、円とも言えるけど、他に言い方はないかな？ S 円周です。 T みんなが円と言っているのは、円周の部分の言うたんだね。つまり、点が動いた跡が円周という線になっていますね。 では、円周だけではなくて円周の内部も含めて考えると、円は、どうやってできているの？ ※個人思考 ペア・グループで確認する。</p>	<p>S 半径を 360° 回転させたらできます。 S 半径が動いた跡が円になっています。 T つまり、線が動いた跡は、何ができるの？ S 円ができます。 T 点が動いたら線。線が動いたら何ができる？ S 線が動いたら面ができます。 T 面が動いたら、何ができそう？ S 立体ができそうです。 T では、円柱は、どんな面がどんな動きをしたらできるの？ S 底面の円が上に動いたら円柱になります。 S 底面の円が垂直方向に動いたら円柱になります。 T 円柱を、底面が垂直方向に動く以外の見方もできないかな？ ※個人思考 S 長方形が回転したら円柱ができます。 T どこに長方形があるの？ ※黒板の円柱に長方形を描かせる。 S 底面の直径を横、円柱の高さを縦と見て、長方形を 360° 回転させたらできます。 T みんなも、この長方形？ S 違います。 ※黒板の円柱に長方形を描かせる。 S 底面の半径を横、円柱の高さを縦と見て、長方形の一边を軸にして 360° 回転させたら円柱ができます。 T ここまでをまとめると、点を動かすことで何ができるの？ S 点が動いたら線、面、立体ができます。 T 他の立体も面が動いてできたと考えられるかな？ S 考えられると思います。 S 立方体とか、三角柱とか四角柱とか。 T 動かす面を正方形にしたら、どんな立体ができるだろう。</p> <p>めあて：正方形を、どのように動かしたら、どんな立体ができる？ ※個人思考</p>	<p>T どんな立体ができた？ S 立方体。直方体。こま。バウムクーヘンみたいなかたち。 T 直方体は、正方形を、どのように動かしたらできるの？ S 直方体は、正方形を何 cm でも平行に動かしたらできます。 T 動かしてできた線と基の正方形がどこに移動したのかを見取図に描き込んでください。 (正方形が動いた線は青、動かした後の図形は赤) T 他の立体は、どうでしょう？ S バウムクーヘン型は、正方形から少し離れた所を軸として、正方形を 360° 回転させたらできます。 T 軸が面から離れているときもあるのですね。 S こまみたいなものは、正方形の対角線を軸として、180° 回転させたらできます。</p>	<p>T 今日の学習を振り返って、どんなことがわかった？ S 点が動いたら線ができて、線から面、面から立体ができることがわかりました。 S 基の図形を垂直方向に平行に動かしたり、回転させたりすることで、立体ができます。 S 基の図形が同じでも動かし方によって、できる立体が変わってきます。</p> <p>まとめ ・点が動いて線、線が動いて面、面が動いて立体ができる。(点→線→面→立体) ・既習の立体は、<u>面が動いてできる</u>とも考えられる。(空間図形) ※図形の位置(平行・対称)</p> <p>T 直角三角形を動かすとどんな立体ができるかな？ S 三角柱ができます。 S こまのような立体ができます。 S 円錐ができます。 S 高さが違う二通りの円錐ができます。 S 軸を離すと、中が空洞の立体ができます。 T 動かす図形が同じでも、できる立体が違いますね。</p>
<p><指導上の留意点> ・立体図形は面が集まって構成されていることを確認する。 ・円の定義から円周の構成の仕方を考えさせ、点の動いた跡が線になることを基に、面の構成へとつなげていく。</p>	<p><指導上の留意点> ・どのような面が、どのように動いて円柱を構成しているのかを板書に可視化することで、動く前の図形と動いた後の図形を捉えさせる。</p>	<p><指導上の留意点> ・動いた前と動いた後の図形を板書に可視化し、その図形間をどのように動いたのかに着目させていく。</p>	<p><指導上の留意点> ・授業を振り返ることで、まとめにつなげていく。 ・振り返りとして、動かす図形を直角三角形に条件変更し、できる立体について考えさせる。</p>
<p>評価規準 ・空間図形を、直線や平面図形の運動によって構成されていると捉えることができる。【思考・判断・表現】</p>			

※ 「主体的・対話的で深い学び」を実現するための実践研究事業においては、学習指導要領(平成 29 年 3 月告示)に基づいた授業づくりを行っているため、育成すべき資質・能力の 3 本柱による目標及び評価を設定しています。