



単元 第2学年「三角形・四角形」

◇本単元で育成を目指す資質・能力 B 図形（2）図形の合同

知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力、人間性等
(ア)平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること (イ)証明の必要性と意味及びその方法について理解すること	(ア)三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること (イ)三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用すること	○図形の合同について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度

伊野中学校の指導の工夫

単元末で目指す生徒の姿

- ◇図形の性質を見だし、その性質を演繹的に確かめ、数学的に表現することができる。
- ◇図形の証明を読んで、新たな性質を見いだすことができる。
- ◇条件を変えて事柄を考察し、新たな性質や共通する性質を見いだすなど統一的・発展的に考察することができる。

これまでの生徒の実態

- 証明を読むことや、論理的に説明することに課題が見られた。
- その要因として、
 - ・角や直線、それらの位置関係などを数学的に表現すること
 - ・結論をいうために着目する図形を捉えることに課題があると考えられる。
- これらのことにより、前学年までの学習内容が十分に定着しないまま、本領域の学習へ入り、
 - ・証明を読みながら図形の辺や角に着目したり対応を考えたりすることが苦手であること
 - ・証明の必要性を感じられず、面倒だと捉える生徒がいることが考えられる。

(学習指導案より抜粋)

- ・「 $\angle O = \angle \bullet$ というのは図において、この角とこの角のことである」と図を指し示して捉えさせるなど、**図と式を関連付けながら、図形のどこに着目すればよいかを明らかにして**辺や角の関係を表現できるようにする。
- ・身近な具体物を基に図形の性質を考えさせたり、「この条件のとき、いつでもいえるのか」ということを繰り返し問いかけたりして、証明のよさを感じられるようにする。
- ★**図形領域のはじめから、証明の方針(見直し)を立てる場面を大切に**にする。
⇒**数学的な推論を行う前に、命題の「仮定」と「結論」をはっきりさせる。**
常に成り立つことが認められている事柄を**証明の根拠**にして、「仮定」から「結論」を導くことを指導する。
- ・見いだした事柄を証明した後には、**証明を読むことで新たな性質を見いださせたり、条件を変えて統一的・発展的に考察させたりする。**



証明の指導において大切にしたい指導

② 『方針を基に証明を書くこと』



証明の方針を立て、それに基づいて証明を書くこと。具体的には、何をどこに補えばよいか、それはなぜか、どのような順番で整理すると分かりやすくなるかなどの観点で証明を完成させること。その際には、**証明の根拠を明らかに**すること。

はじめに書いた自分の文章を赤ペン等で**加筆・修正**させ、より伝わりやすくなったことを自覚させる。



証明の指導において大切にしたい指導

③ 『条件を変えて発展的に考え、考察すること』

ある事柄について証明した後には、本時のように条件を変えて発展的に考え、考察することが大切である。その際、条件を変える前と変えた後の2つの図を観察しながら、2つの図において変わる部分と変わらない部分を明らかにするとともに、どちらの図においても成り立つ条件や成り立たない条件について確認する活動を取り入れ、見直しをもって証明できるようにする。さらに、条件の違いに着目して考察することを通して、条件を変えたことによって、もとの証明のどこを変えなくてはならないのかということや、その他の部分は変えなくてよいことを確認できるようにすることが求められる。

証明の方針を立てる際には、同じ長さの辺や、同じ大きさの角に、印や記号を付けることで、図形の性質や関係を直観的に捉えることができるようにすることが大切である。また、証明に用いる三角形の合同条件等は、知識として定着させておくことも大切である。

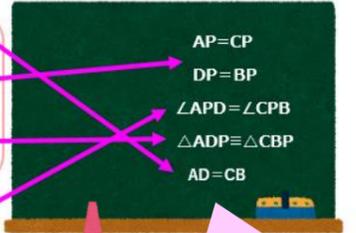
証明はこれで十分だろうか？

自分が納得できるとともに、他者を説得することができる？

方針

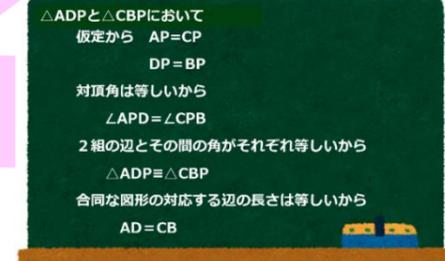
- ①結論は、 $AD=CB$
- ②仮定から $AP=CP$ 、 $DP=BP$ がいえる。
- ③ $\triangle ADP$ と $\triangle CBP$ が合同であることを証明して、対応する辺が等しいことをいえばいい。

$\angle APD = \angle CPB$ もいえる。



方針に基づいてかく

何をどこに補えばいいのか、どのような順番で整理すると分かりやすいのかといった観点から、よりよいものにしていく



証明の指導において大切にしたい指導

① 『証明の方針を立てること』

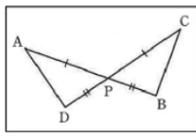
証明の方針を立てること。例えば、**結論を導くために必要な事柄を結論から逆向きに考えたり、仮定や仮定から導かれる事柄を明らかにしたりする。その上で、それらを結びつけるには、あと何がいえればよいかと探ること。**このような活動は、いつもその順に進むわけではなく、試行錯誤をしながら方針は次第に明確になっていくものである。

証明の方針は、生徒が証明することができるようになるための手立て！

証明の学習の初期の段階に生徒が出合う問題を例にすると…

問題

右の図のように、線分ABと線分CDが点Pで交わる時、 $AP=CP$ 、 $DP=BP$ ならば $AD=CB$ となることを証明しよう。



- ①結論は、 $AD=CB$
- ②仮定から $AP=CP$ 、 $DP=BP$ がいえる。
- ③ $\triangle ADP$ と $\triangle CBP$ が合同であることを証明して、対応する辺が等しいことをいえばいい。

さらに・・・
 $\triangle ADP$ と $\triangle CBP$ の合同をいうためには、合同条件のどれがいればいだろう・・・

$\angle APD = \angle CPB$ もいえる。

結論は…。

仮定は…。

結論をいうために必要なことは…。

2つの三角形が合同であることをいえば対応する辺が等しいことがいえそうだね。

伊野中学校数学科の声

- 単元の終末で目指す生徒の姿の実現に向け、単元計画を改めて見直していきたい。
- 証明の方針を立てることについて教科全体で取り組むことができた。今後さらに、方針を基に証明を書くための手立てを生かして、生徒自身が証明できるようにしていきたい。また、生徒ができたことと実感できるような授業づくりを行っていきたい。

参加者の声

- 証明の方針を立てた上で証明を書くことを生徒に経験させることで、次に同じような問題場面に出合ったときに主体的に取り組むことができるようになる。証明の方針を立てることを大切にしたい。
- 証明の方針と書いた証明を関連させたり、条件を変えた場合に変わることに変わらぬことに着目させたりすることを、単元の指導の重点に加えておきたい。



文部科学省
国立教育研究所
中学校数学 伊吹 竜二 学力調査官
にご指導いただきました