令和２年度Ａ日程
学力検査問題

③

数　学

注　意

1　開始の合図があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2　解答用紙は問題用紙の中に挟んであります。

3　問題用紙は表紙を除いて７ページで，問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{6}$ まであります。

4　開始の合図があったら，まず，問題用紙および解答用紙の所定の欄に **受検番号** を書きなさい。

5　答えはすべて **解答用紙の指定された欄** に，最も簡単な形で書きなさい。

受　検　番　号

1　次の(1)～(8)の問いに答えなさい。

(1)　次の ① ～ ④ を計算せよ。

①　$-5-4+7$

②　$\dfrac{2x+y}{4}-\dfrac{x-2y}{6}$

③　$24a^2b^2 \div (-6b^3) \div 2ab$

④　$\sqrt{75}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}$

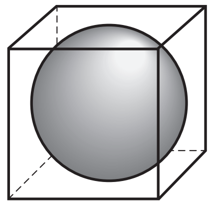
(2)　周の長さが a cm の長方形において，縦の長さを 5 cm としたときの横の長さを b cm とする。このとき，b を a の式で表せ。

(3)　4%の食塩水と 9%の食塩水がある。この 2 つの食塩水を混ぜ合わせて，6%の食塩水を 600 g つくりたい。4%の食塩水は何 g 必要か。

(4)　2 次方程式 $2x^2+7x+1=0$ を解け。

(5)　関数 $y=-x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。このときの a，b の値を求めよ。

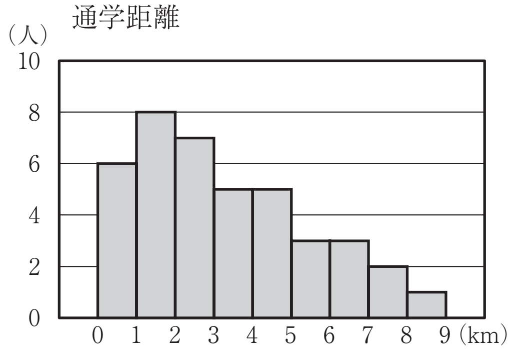
(6)　右の図のように，1 辺の長さが 12 cm の立方体のすべての面に接している球がある。この球の体積を求めよ。ただし，円周率は π を用いること。



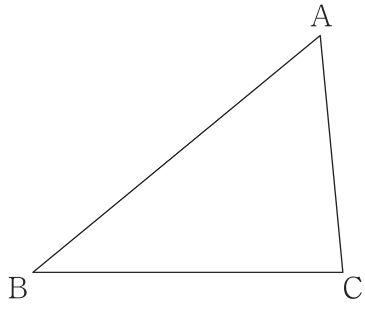
(7)　右のグラフは，ある中学校の学級の生徒 40 人について通学距離を調べ，その結果をヒストグラムで表したものである。このヒストグラムでは，例えば，通学距離が 2 km 以上 3 km 未満の生徒が 7 人いることがわかる。また，この生徒 40 人の通学距離の平均値は，3.3 km であった。

このヒストグラムにおいて，平均値である 3.3 km を a，中央値を b，最頻値を c とするとき，a，b，c の大小を，不等号を使って表せ。

ある中学校の学級の生徒 40 人の通学距離



(8)　下の図のような，三角形ＡＢＣがある。∠Ｂの二等分線上にあって，点Ａからの距離が最も短い点Ｐを，定規とコンパスを使い，作図によって求めよ。ただし，定規は直線をひくときに使い，長さを測ったり角度を利用したりしないこととする。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。



2 あすかさんは，規則的に並んだ整数の和で，いろいろな整数を表すことを考えた。例えば，48 は，$15 + 16 + 17 = 48$ のように，連続する 3 つの整数の和で表すことができる。このことについて，次の (1)〜(3) の問いに答えなさい。

(1) 48 は，連続する 4 つの奇数の和でも表すことができる。次の【あすかさんのノート】は，あすかさんが文字式を使って，和が 48 になる連続する 4 つの奇数を求める問題を，正しく解いたノートの一部である。【あすかさんのノート】中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる文字式を，それぞれ書け。

【あすかさんのノート】

〔解答〕

n を整数とする。連続する 4 つの奇数のうち，最も小さい奇数を $2n+1$ とおくと，連続する 4 つの奇数は，小さい順に $2n+1$，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ と，それぞれ n を使って表すことができる。

この 4 つの奇数の和が 48 なので，

$$(2n+1)+(\boxed{\text{ア}})+(\boxed{\text{イ}})+(\boxed{\text{ウ}})=48$$
$$8n+16=48$$
$$n=4$$

したがって，和が 48 になる連続する 4 つの奇数は，9，11，13，15 である。

(2) 280 は，連続する 5 つの整数の和で表すことができる。このとき，和が 280 になる連続する 5 つの整数のうち，最も小さい整数を求めよ。

(3) 280 は，連続する 3 つの偶数の和では表すことができない。その理由を，n を使った文字式を用いて，言葉と式を使って説明せよ。ただし，n は整数とする。

3 図１のように，円Ｏの周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃをとり，三角形ＡＢＣをつくる。半径ＯＢと辺ＢＣでできる∠ＯＢＣを∠xとする。また，弧ＢＣに対する円周角∠ＢＡＣを∠yとする。このとき，下の (1)・(2) の問いに答えなさい。

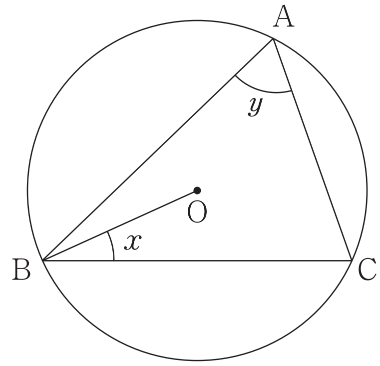


図１

(1) ∠yは鋭角とする。このとき，∠xと∠yの関係は，∠x＋∠y＝90°という式で表すことができる。このことを説明するために，図２のように，線分ＢＤが直径となるような点Ｄを円Ｏの周上にとり，点Ｃと点Ｄを結ぶ。

∠x＋∠y＝90°が成り立つ理由を，図２を用いて言葉と式で説明せよ。

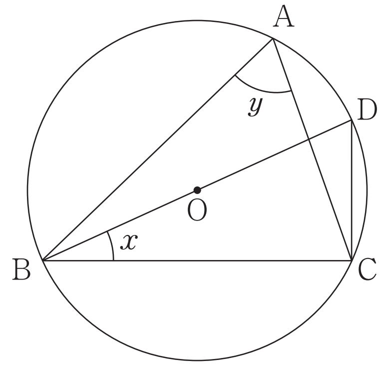


図２

(2) ∠yを鈍角とすると，図１の三角形ＡＢＣは，図３のようになる。このとき，∠xと∠yの関係は，どのような式で表すことができるか。∠xと∠yを使った式で答えよ。

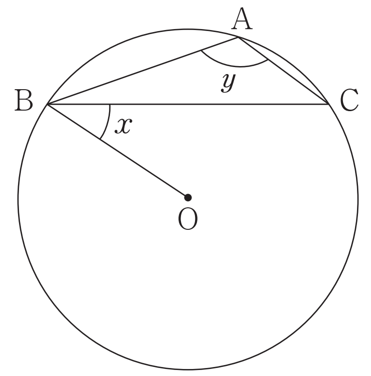


図３

4 図１のような，一方の面が白色，もう一方の面が黒色の円盤状のこまが６枚ある。この６枚のこまを，六角形ＡＢＣＤＥＦの各頂点上に，図２のように白色の面を上にして１枚ずつ置き，頂点Ａから順に，こまＡ，こまＢ，こまＣ，こまＤ，こまＥ，こまＦとする。１つのさいころを２回投げ，下の【手順】にしたがって，さいころの出た目の数だけこまをうら返す。このとき，下の (1)・(2) の問いに答えなさい。

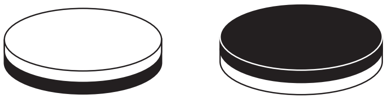


図１

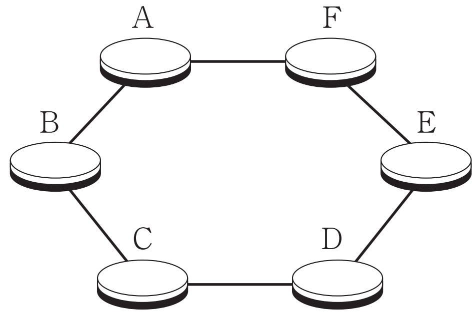


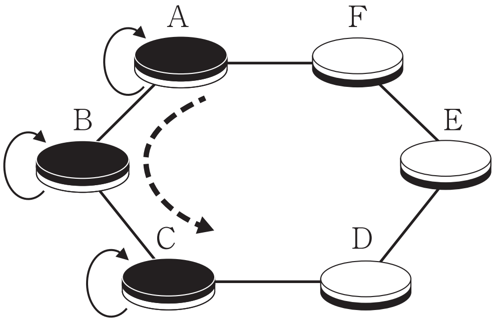
図２

【手順】

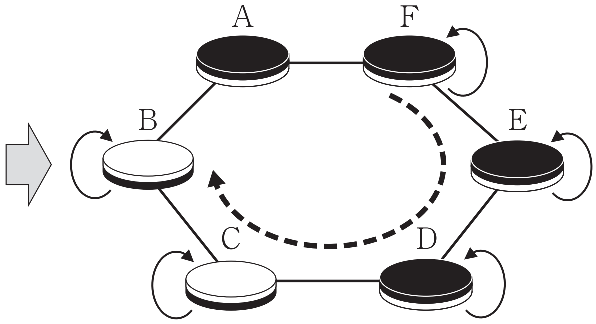
① １回目に出た目の数だけ，こまＡから左回りに，順にこまをうら返す。
② ２回目に出た目の数だけ，こまＦから右回りに，順にこまをうら返す。

〔例〕 １回目に出た目の数が３，２回目に出た目の数が５のときは，次のように各頂点上のこまをうら返し，こまＡ，Ｄ，Ｅ，Ｆの上の面が黒色，こまＢ，Ｃの上の面が白色となる。

１回目に出た目の数が３
⇒ こまＡ，Ｂ，Ｃの順に
　３枚をうら返す



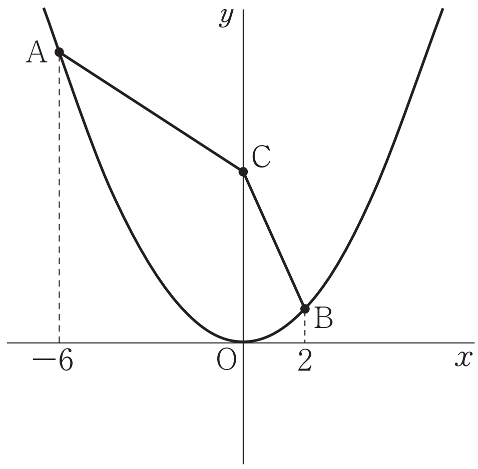
２回目に出た目の数が５
⇒ こまＦ，Ｅ，Ｄ，Ｃ，Ｂの順に
　５枚をうら返す



(1) ６枚のこまの上の面がすべて黒色となる確率を求めよ。

(2) こまＥの上の面が白色となる確率を求めよ。

5 下の図は，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで，点A，Bはこのグラフ上の点であり，点A，Bの x 座標はそれぞれ－6，2である。y 軸上に点Cをとり，点Aと点C，点Bと点Cをそれぞれ結ぶ。このとき，次の（1)～(3）の問いに答えなさい。



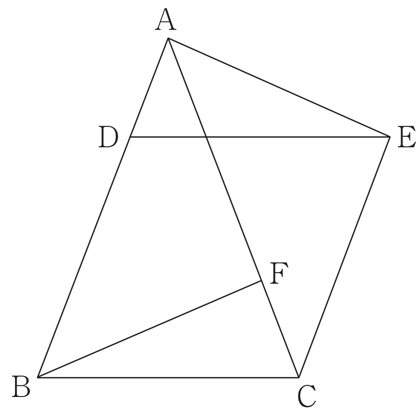
(1) 点Aの座標を求めよ。

(2) 線分ＡＣと線分ＢＣの長さの和ＡＣ＋ＣＢを考える。ＡＣ＋ＣＢが最小となる点Cの座標を求めよ。

(3) 2点A，Bから y 軸へそれぞれ垂線をひき，y 軸との交点をそれぞれD，Eとする。ただし，点Cは線分ＤＥ上の点とする。

三角形ＡＣＤと三角形ＣＥＢについて，y 軸を軸として1回転させたときにできる立体の体積をそれぞれ考える。三角形ＡＣＤを1回転させてできる立体の体積が，三角形ＣＥＢを1回転させてできる立体の体積の7倍となるときの線分ＣＥの長さを求めよ。

6 下の図のように，ＡＢ＝ＡＣ，ＡＢ＞ＢＣの二等辺三角形ＡＢＣがある。この二等辺三角形の辺ＡＢ上にＢＣ＝ＢＤとなる点Ｄをとり，線分ＢＤを１辺とするひし形ＢＣＥＤをつくる。辺ＡＣ上にＡＤ＝ＣＦとなる点Ｆをとり，点Ｂと点Ｆ，点Ａと点Ｅをそれぞれ結ぶ。このとき，次の（1）・(2）の問いに答えなさい。



（1） △ＡＤＥ≡△ＦＣＢを証明せよ。

(2） 線分ＢＦを点Ｆの方向へ延長し，線分ＣＥとの交点をＧとする。ＡＢ＝7 cm，ＢＣ＝5 cm のとき，ひし形ＢＣＥＤの面積は，三角形ＣＧＦの面積の何倍か。