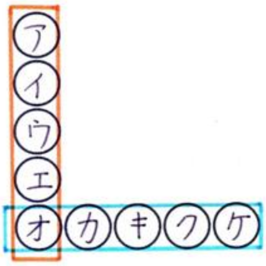
平成２４年度高知県算数・数学思考オリンピック（中学校）

解答例

問題１

（１）

①



　Ｌ字型の縦の和と横の和を求めると，左の図のように，アからケまでのうちオだけが２回足したことになる。オ＝５なので，

（縦の和）＋（横の和）＝１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋９＋５
　　　　　　　　　　　＝５０

縦の和は，５０÷２＝２５とわかる。

　アからオのうちア，イ，オが１，９，５のときだから，

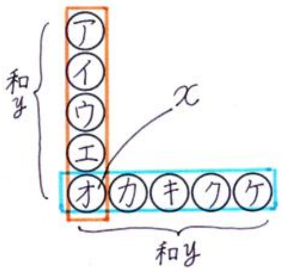
　　ウ＋エ＝２５－（１＋９＋５）
　　　　　＝１０

　よって，ウとエの組み合わせは，１から９までで，１，９，５を用いない合計１０となる２数の組み合わせである。

　したがって，答えは２と８，３と７，４と６である。

答え　２と８，３と７，４と６

②



　①と同じように，縦の和と横の和の合計は，オだけ２回足した合計となる。

　オ＝xなので，

（縦の和）＋（横の和）＝１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋９＋x
　　　　　　　　　　　＝x＋４５

縦の和＝横の和＝yなので，

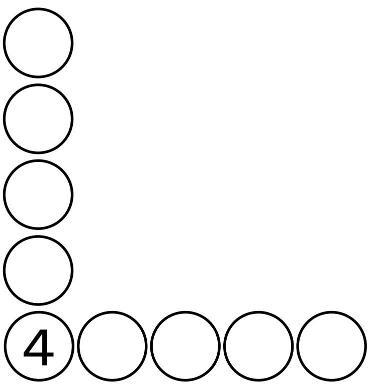
$$y + y = x + 45$$

$$2y = x + 45$$

$$y = \frac{x+45}{2}$$

答え　$y = \dfrac{x+45}{2}$

③



　オが４のとき，②より縦に並んだ合計は，

$\dfrac{4+45}{2} = \dfrac{49}{2} = 24.5$ となる。

　しかし，他の○には１から９の自然数しか入れることができないので，合計が小数になることはあり得ない。

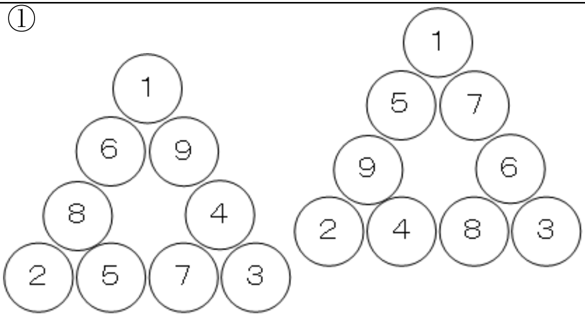
　よって，この場合はできない。

（２）

① 左の図のように，各辺の和をＸ，Ｙ，Ｚにすると，
Ｘ＋Ｙ＋Ｚ＝１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋９＋ア＋エ＋キ
ア＝１，エ＝２，キ＝３，Ｘ＝Ｙ＝Ｚなので，
Ｘ＋Ｙ＋Ｚ＝４５＋１＋２＋３
３Ｘ＝５１
Ｘ＝１７
よって，各辺が１７になる数の組み合わせを考えると答えのようになる。

② ①と同じように考えると，各辺の和は，
１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋９＋４＋５＋６＝６０
よって，１つの辺の和は２０になる。

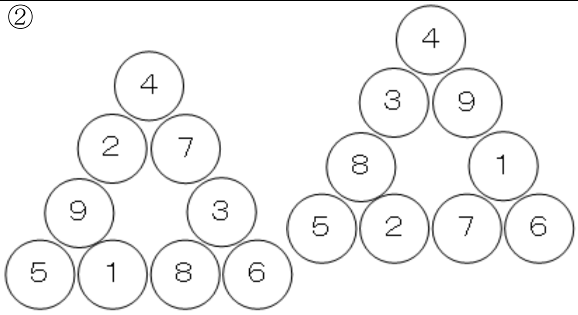
①



※ただし，頂点を除くとなり合った２つの数は入れかえが可能。

数の和　　１７

②

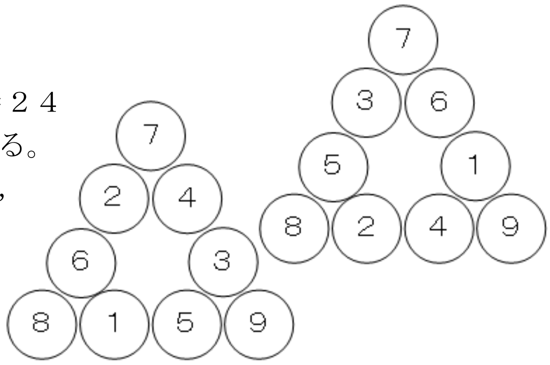


※ただし，頂点を除くとなり合った２つの数は入れかえが可能。

数の和　　２０

③

３つの辺の和の合計は，２３×３＝６９
６９－（１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋９）＝２４
①，②の考えから３つの頂点の合計が２４とわかる。
１から９のそれぞれ３数を使って２４になるのは，７，８，９の組み合わせしかないので，それぞれの頂点は，７，８，９とわかる。
①，②と同じように組み合わせを考えると，右のような答えになる。



※ただし，頂点を除くとなり合った２つの数は入れかえが可能。

④ ３つの頂点の数をＡ，Ｂ，Ｃとしたとき，３辺の和の合計は，

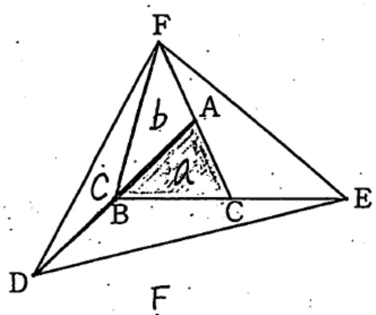
１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＋９＋Ａ＋Ｂ＋Ｃ＝４５＋Ａ＋Ｂ＋Ｃとなる。各辺が同じになるには，これが必ず３で割りきれなければならない。４５÷３＝１５で３で割りきれるので，Ａ＋Ｂ＋Ｃも３で割りきれなければならない。

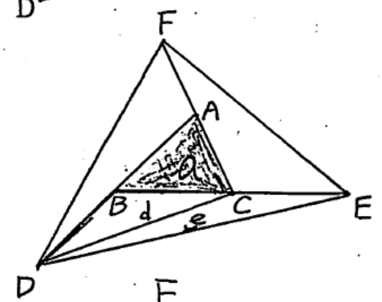
よって，各頂点の合計は必ず３の倍数になる組み合わせでなければいけないことがわかった。

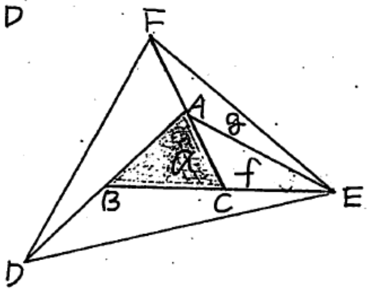
問題２

（１）

①







△ＡＢＣの面積をa，△ＡＢＦの面積をbとすると，
aはＡＣを底辺とし，頂点Ｂから垂線を引き，高さとする三角形の面積，
bはＡＦを底辺とし，頂点Ｂから垂線を引き，高さとする三角形の面積といえる。

条件より，ＡＣとＡＦは一直線上にあり，ＡＣ＝ＡＦである。

よって，$a=b$となる。

また，△ＢＤＦの面積をcとしたとき，
bはＡＢを底辺とし，頂点Ｆから垂線を引き，高さとする三角形の面積，
cはＢＤを底辺とし，頂点Ｆから垂線を引き，高さとする三角形の面積といえる。

よって，$b=c$となる。

ここで，$a=b=c$ということがわかる。

左の図のように，△ＢＣＤ，△ＣＤＥの面積を，それぞれd，eとすると，同様に考えて，$a=d=e$となる。

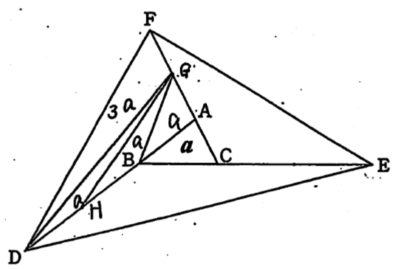
同様に，△ＡＣＥ，△ＡＥＦの面積を，それぞれf，gとしたときも，$a=f=g$となる。

したがって，$a=b=c=d=e=f=g$となり，

△ＤＥＦ$=a+b+c+d+e+f+g$
$=a+a+a+a+a+a+a$
$=7a$　である。

答え　７　倍

②



左の図のように，問題に示されたそれぞれの点をＧ，Ｈとすると，①と同様の考えから，△ＡＢＣと△ＡＧＢは同じ長さのＡＣ，ＡＧを底辺とし，同じ頂点Ｂまでの垂線を高さとするので，△ＡＢＣ＝△ＡＧＢ$=a$となる。

また，△ＡＧＢ，△ＢＧＨ，△ＨＧＤの３つの三角形を考えたときも同様で，全て面積は等しく，aとなる。

よって，△ＡＤＧ$=3a$となる。

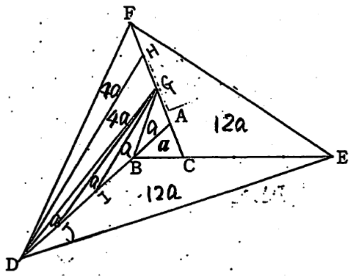
また，同様に，△ＡＤＧと△ＧＤＦを考えたときも，△ＡＤＧ＝△ＧＤＦ$=3a$，△ＡＤＦ$=6a$とわかる。

同じように，△ＢＤＥも△ＣＥＦも$6a$となり，

△ＤＥＦ＝△ＡＢＣ＋△ＡＤＦ＋△ＢＤＥ＋△ＣＥＦ
$=a+6a+6a+6a$
$=19a$　である。

答え　１９　倍

③



左の図のように，問題に示されたそれぞれの点をＧ，Ｈ，Ｉ，Ｊとすると，①，②と同様に，

△ＡＢＣ＝△ＡＧＢ＝△ＢＩＧ＝△ＩＪＧ＝△ＪＤＧ＝aなので，

△ＡＧＤ＝$4a$となる。

また，△ＡＧＤ＝△ＧＨＤ＝△ＨＦＤ＝$4a$となる。

よって，△ＡＤＦ＝$12a$となる。

同じ考え方により，△ＢＤＥ＝△ＣＥＦ＝$12a$となり，

△ＤＥＦ＝△ＡＢＣ＋△ＡＤＦ＋△ＢＤＥ＋△ＣＥＦ

＝$a+12a+12a+12a$

＝$37a$　である。

答え　３７　倍

④

①～③をまとめて考えると，

①ＢＣ＝ＡＢ，ＣＥ＝ＢＣ，ＡＦ＝ＣＡのときは，

$\underbrace{２×（２－１）}_{\text{△ＡＤＦに含まれる△ＡＢＣと同じ面積をもつ三角形の数}}$　×$\underline{\underline{３}}_{\text{△ＡＤＦ＝△ＢＤＥ＝△ＣＥＦ}}$　＋$\underline{１}_{\text{△ＡＢＣ}}$＝７（倍）

②ＢＣ＝２ＡＢ，ＣＥ＝２ＢＣ，ＡＦ＝２ＣＡのときは，

３×（３－１）×３＋１＝１９（倍）

③ＢＣ＝３ＡＢ，ＣＥ＝３ＢＣ，ＡＦ＝３ＣＡのときは，

４×（４－１）×３＋１＝３７（倍）

このことから，ＢＣ＝１０ＡＢ，ＣＥ＝１０ＢＣ，ＡＦ＝１０ＣＡのときは，

１１×（１１－１）×３＋１＝３３１（倍）となる。

答え　３３１　倍

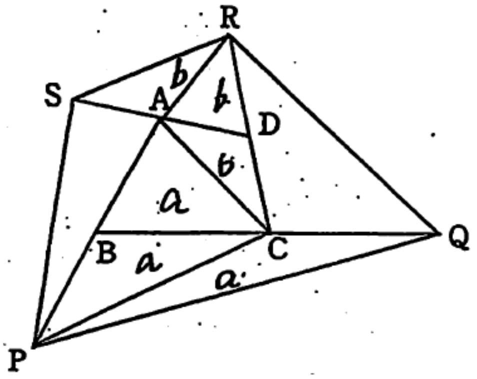
（２）

①　（１）と同様の考えから，△ＡＢＣ＝△ＢＰＣ＝△ＣＱＰ＝aである。

よって，△ＢＰＱ＝$2a$となる。

また，△ＡＣＤ＝△ＤＲＡ＝△ＡＲＳ＝bであるから，△ＤＲＳ＝$2b$となる。

したがって，△ＢＰＱと△ＤＲＳの面積の和は，$2a+2b$になる。



答え　△ＢＰＱ＋△ＤＲＳ＝$2a+2b$

②

下の図のように，△ＢＣＤの面積をd，△ＡＢＤをeとすると，これまでの考え方より，

△ＣＱＲ＝$2d$

△ＡＳＰ＝$2e$　とわかる。

四角形ＰＱＲＳ＝△ＢＰＱ＋△ＤＲＳ＋△ＣＱＲ＋△ＡＳＰ＋四角形ＡＢＣＤ

＝$2a+2b+2d+2e$＋四角形ＡＢＣＤ

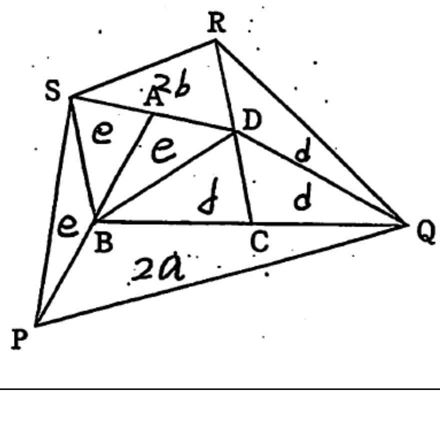
＝$2(a+b)+2(d+e)$＋四角形ＡＢＣＤ　となる。

$a+b$，$d+e$は，それぞれ四角形ＡＢＣＤの面積に等しい。

よって，四角形ＰＱＲＳ＝２×四角形ＡＢＣＤ＋２×四角形ＡＢＣＤ＋四角形ＡＢＣＤ

＝５×四角形ＡＢＣＤ　となる。

したがって，５倍である。



答え　５　倍

問題３

（１）

７番目は，６番目の５－１＝４

９番目は，（２）の８番目－１＝６－１＝５

１１番目は，（２）の１０番目－１＝７－１＝６

答え　７番目　４　cm	９番目　５　cm	１１番目　６　cm

（２）

８番目は，（１）の７番目＋２＝４＋２＝６

１０番目は，（１）の９番目＋２＝５＋２＝７

１２番目は，（１）の１１番目＋２＝６＋２＝８

答え　８番目　６　cm	１０番目　７　cm	１２番目　８　cm

（３）

奇数番目を順に見てみると，１番目　３番目　５番目　７番目　９番目　…

１cm　２cm　３cm　４cm　５cm　…

１番の１cmから２番進むごとに１cmずつ増えている。

そのため，奇数のn番目の半径は$\frac{n+1}{2}$cmと考えることができる。

また，偶数番目を順に見てみると，２番目　４番目　６番目　８番目　１０番目　…

３cm（１＋２）　４cm（２＋２）　５cm（３＋２）　６cm（４＋２）　７cm（５＋２）　…

と，２番の３cmから２番進むごとに１cmずつ増えている。

そのため，偶数のn番目の半径は$\frac{n}{2}+2$cmと考えることができる。

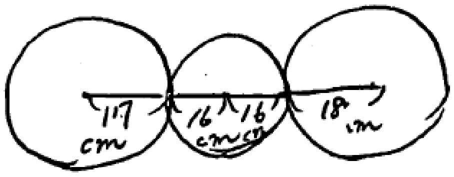
（４）

（３）で考えたことより，

３０番目の半径は$\dfrac{30}{2}+2=17$㎝

３１番目の半径は$\dfrac{31+1}{2}=16$㎝

３２番目の半径は$\dfrac{32}{2}+2=18$㎝



よって，１７＋１６×２＋１８＝６７（㎝）

答え　６７　㎝

（５）

円の中心間の距離をまとめると，次のようになる。

	１番目 ～３番目	２番目 ～４番目	３番目 ～５番目	４番目 ～６番目	５番目 ～７番目	６番目 ～８番目	…
中心間 の距離	1+3×2+2 ＝９	3+2×2+4 ＝１１	2+4×2+3 ＝１３	4+3×2+5 ＝１５	3+5×2+4 ＝１７	5+4×2+6 ＝１９	…

よって，n番目と$(n+2)$番目の距離は，$2n+7$といえる。

これが１１１㎝となるので，

$$2n+7=111$$
$$2n=111-7$$
$$2n=104$$
$$n=52$$

答え　$n=$　５２