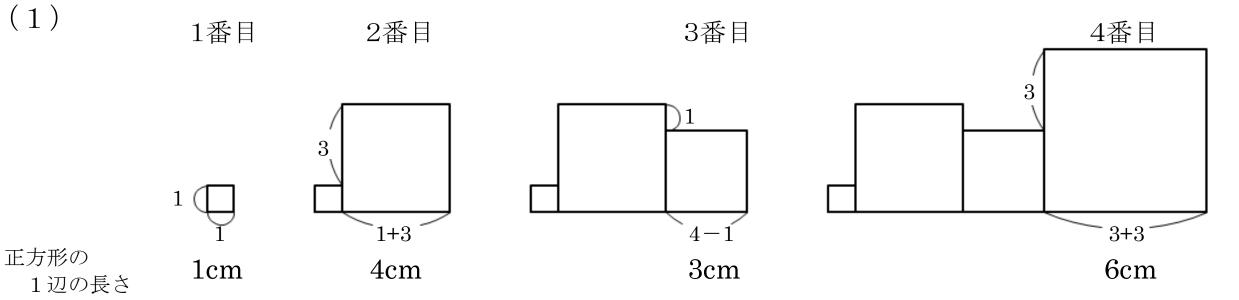
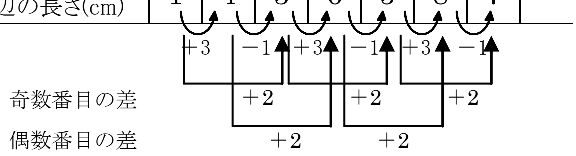
問題１

（１）



x 番目の正方形	1	2	3	4	5	6	7	…
x 番目の正方形の1辺の長さ(cm)	1	4	3	6	5	8	7	…



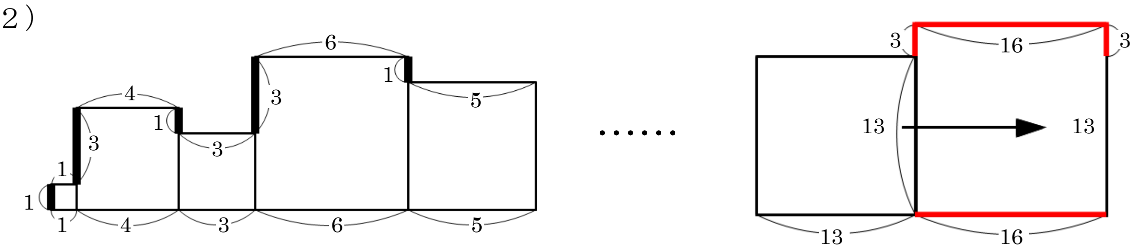
☆奇数番目と，その次の奇数番目の増え方は一定で，１辺の長さは 2cm ずつ増え，x 番目の正方形の１辺の長さは x cm となる。

☆偶数番目と，その次の偶数番目の増え方も一定で，１辺の長さは 2cm ずつ増え，x 番目の正方形の１辺の長さは $(x+2)$ cm となる。

よって，13 番目は 13cm，14 番目は 14＋2＝16 で 16cm となる。

13 番目	13 cm	14 番目	16 cm

（２）



１３番目までの下の横線の長さの合計は，

奇数番目の合計　1＋3＋5＋7＋9＋11＋13＝49

偶数番目の合計　4＋6＋8＋10＋12＋14　＝54　より，49＋54＝103　であるから 103 cm。

上の横線の長さの合計は，下の線の長さと同じ 103 ㎝。

縦線の長さの合計は，上の図の太線の部分の和で，12 番目まで 1 と 3 が 6 回繰り返されて，最後に 13 番目の 1cm と 13cm を足すと，(１＋3)×6＋1＋13＝38　であるから，38cm。

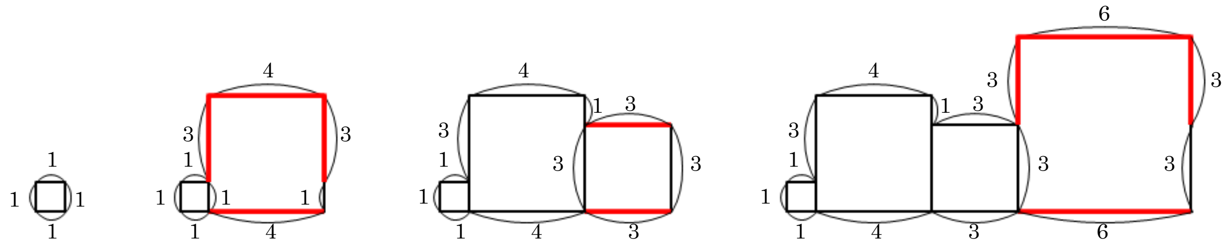
よって，13 番目の周りの長さは，103×2＋38＝244　であるから，244cm。

13 番目と 14 番目の長さを比べると，付け加えた部分の合計は　3＋16×3　であるが，付け加えた部分の縦線のうち 13cm が 13 番目の正方形の周りの長さと重なるため，長くなるのは，

16×2＋3×2＝38　であるから 38cm。（右上の図の太線の部分が，長くなった長さになる。）

13 番目まで	244 cm	長くなった長さ	38 cm

（３）



①１番目の正方形の周りの長さは，$1\times4=4$ であるから，4cm。

②２番目の正方形を加えたとき，加えた部分の長さは，$3+4\times3$ であるが，１番目と比較すると，１番目の正方形の周りの長さと重なる部分の長さをひかなければいけないので，最終的には太線の部分だけ長くなる。
太線の部分の長さは，$3\times2+4\times2=14$　であるから，２番目までの正方形の周りの長さは，１番目の正方形より周りの長さより 14cm 長くなる。

③３番目までの正方形の周りの長さは，２番目までの正方形の周りの長さより，太線の部分だけ長くなる。太線の部分の長さは，$3\times2=6$　であるから，6cm 長くなる

④４番目までの正方形の周りの長さは，３番目までの正方形の周りの長さより，太線の部分だけ長くなる。太線の部分の長さは，$3\times2+6\times2=18$　であるから，18cm 長くなる。

☆したがって，奇数番目までの正方形の周りの長さと，その次の偶数番目のまでの正方形の周りの長さを比べると，次の式の分だけ長くなる。
　$3\times2+$(その偶数番目の正方形の１辺の長さ)$\times2$

☆また，偶数番目までの正方形の周りの長さと，その次の奇数番目までの正方形の周りの長さを比べると，次の式の分だけ長くなる。
　(その次の奇数番目の１辺の長さ)$\times2$

x 番目	1	2	3	4	5	6	7
x 番目の正方形の1辺の長さ	1	4	3	6	5	8	7
x 番目までの正方形の周りの長さ	4	18	24	42	52	74	88

長くなった長さ　14　6　18　10　22　14

$3\times2+4\times2$　3×2　$3\times2+6\times2$　5×2　$3\times2+8\times2$　7×2

⑤奇数番目から偶数番目で 50cm 長くなるとき，偶数番目の正方形の１辺の長さを a cm とすると

$$3\times2+a\times2=50$$
$$2a=50-6$$
$$2a=44$$
$$a=22$$

（１）より，x が偶数のとき，x 番目の正方形の１辺の長さは，$(x+2)$cm であるから，

$$x+2=22$$
$$x=22-2$$
$$x=20$$

よって，20 番目が増えるときに，50cm 長くなる。

⑥偶数番目から奇数番目で 50cm 長くなるとき，奇数番目の正方形の１辺の長さを b cm とすると，

$$b\times2=50$$
$$2b=50$$
$$b=25$$

（１）より，x が奇数のとき，x 番目の正方形の１辺の長さは，x cm であるから，

$$x=25$$

よって，25 番目が増えるときに，50cm 長くなる。

19 番目と 20 番目，24 番目と 25 番目

問題２

（１）

円 A の半径を 10cm から 1cm ずつ増やすと，

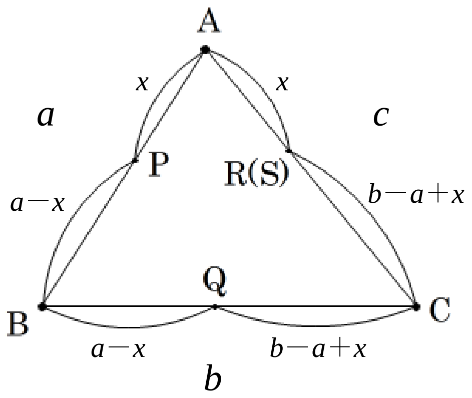
AP	10	11	12	13	14	15	…	
BQ	55	54	53	52	51	50	…	
CR	25	26	27	28	29	30	…	
SR	36	34	32	30	28	26	…	

AP が 1 cm ずつ増えると，SR の長さは 2 cm ずつ減ることから，

$36\div 2=18$

$10+18=28$

（別解）



AB＝a cm，BC＝b cm，CA＝c cm，AP＝x cm とすると，

BQ＝$a-x$，CR＝$b-a+x$，と表され，SR＝0 のとき，

$$c=x+(b-a+x)=2x+b-a,$$

$$2x=a+c-b$$

$$x=\frac{a+c-b}{2}$$

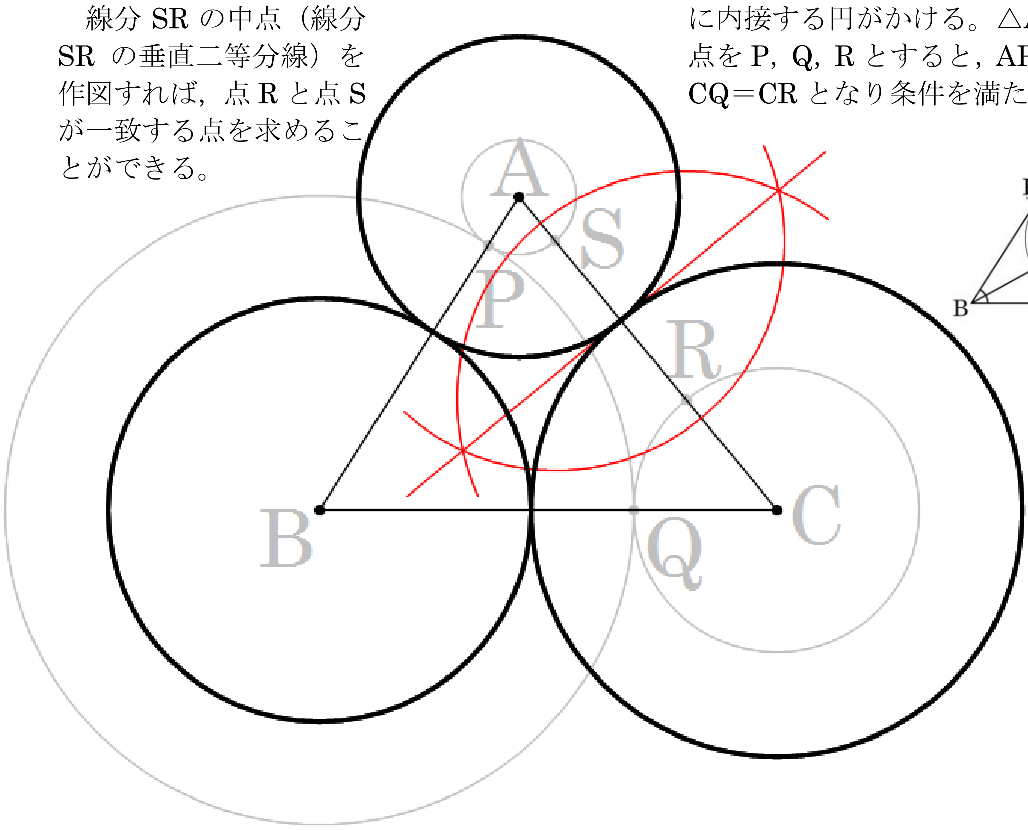
$a=65$，$b=80$，$c=71$ を代入する

$$x=\frac{a+c-b}{2}=\frac{65+71-80}{2}=28$$

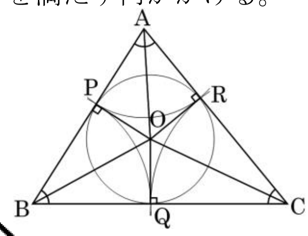
円 A の半径	28	c m

（２）　（１）の表から，AP(AS)が 1 cm ずつ増えると，CR も 1 cm ずつ増える。

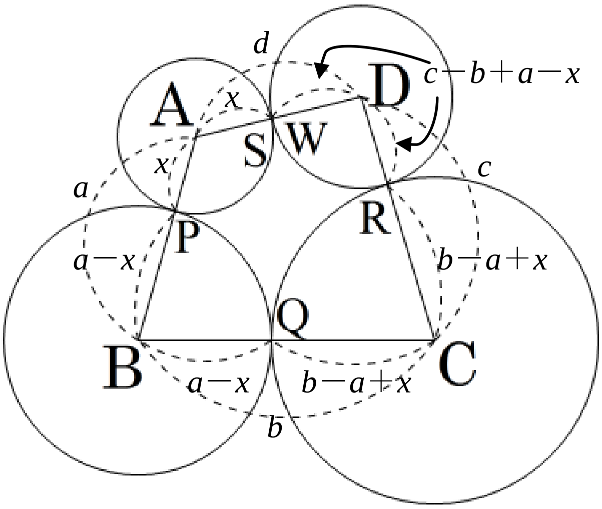
線分 SR の中点（線分 SR の垂直二等分線）を作図すれば，点 R と点 S が一致する点を求めることができる。



（別解）△ABC のそれぞれの角の二等分線の交点を O とすると点 O を中心とする△ABC に内接する円がかける。△ABC と円 O の接点を P，Q，R とすると，AP＝AR，BP＝BQ，CQ＝CR となり条件を満たす円がかける。



（３）点 A を中心とする円と四角形 ABCD の辺 AB，AD との交点を P，W とする。点 B を中心として点 P を通る円と辺 BC との交点を Q，点 C を中心として点 Q を通る円と辺 CD との交点を R，点 D を中心として点 R を通る円と辺 AD との交点を S とする。

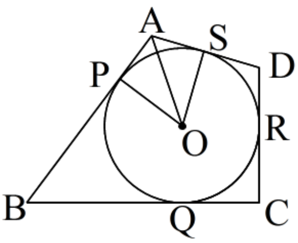


AP	0.5	1	1.5	
BQ	2	1.5	1	
CR	1.5	2	2.5	
DW	1.5	1	0.5	
SW	0	0	0	

☆点 A を中心とする円の半径が 2cm 未満なら何 cm でも条件に合う円をかくことができる。

AB＝a cm，BC＝b cm，CD＝c cm，DA＝d cm，辺 AB 上にある円 A と円 B の接点を P，辺 BC 上にある円 B と円 C の接点を Q，辺 CD 上にある円 C と円 D の接点を R，円A，円 D と辺 AD のそれぞれの交点を S，W とする。
S と W が一致するとき，AP＝x cm とすると，AD＝AS＋DW より，$d=x+(c-b+a-x)$であるから，$b+d=a+c$ となる。よって，$b+d=a+c$ ならば x に関係なく辺 AD 上の交点が一致するように円をかくことができることが分かった。
☆（1）のように三角形の場合は AP の長さは３辺の長さによって求めることができるが，四角形の場合は対辺の和が一致するときに，条件に合う円をかくことができ，半径の長さは決まっていない。

〔円に外接する四角形〕

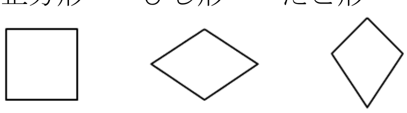


△APO と△ASO は
PO＝SO…①
∠APO＝∠ASO＝90°…②
AO＝AO…(共通)…③
①，②，③より直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので，
△APO≡△ASO となる。
よって，AP＝AS

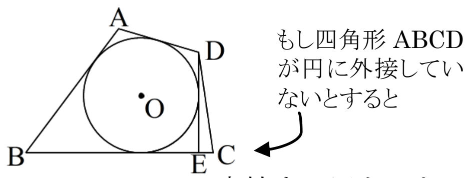
同様に，BP＝BQ，CQ＝CR，DR＝DS であるから，
AB＋DC＝AP＋BP＋CR＋DR
AD＋BC＝AS＋DS＋BQ＋CQ
＝AP＋DR＋BP＋CR
＝AP＋BP＋CR＋DR
よって，AB＋DC＝AD＋BC

☆円に外接する四角形は対辺の和が一致するので条件に合う円をかくことができる。
〔対辺の和が等しい四角形の例〕

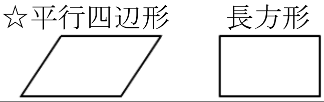
正方形　ひし形　たこ形　は上の条件に合う円がかける



逆に，AB＋DC＝AD＋BC ならば，その四角形は円に外接するかを調べた。

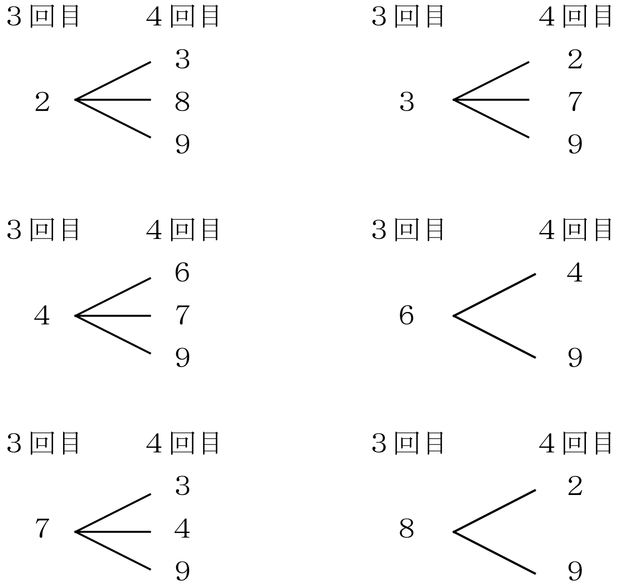


辺 AB，BC，AD に内接する円をかき，辺 DC が円に接しないとすると，D を通り，円に接するように DE がかける。
AB＋DE＝AD＋BE になるので，
DE＝AD＋BE－AB…①
仮定から AB＋DC＝AD＋BC より
DC＝AD＋BC－AB…②
②より，点 E が上の図のように辺 BC 上にあるとすると，BC＝BE＋EC であるから，
DC＝AD＋BE＋EC－AB…③
①－③より，DE＋EC＝DC
よって，△DEC は三角形にならないので
DE＝DC となる。
したがって，AB＋DC＝AD＋BC ならば，その四角形は円に外接する
☆平行四辺形　長方形　は上の条件に合う円がかけない



問題３

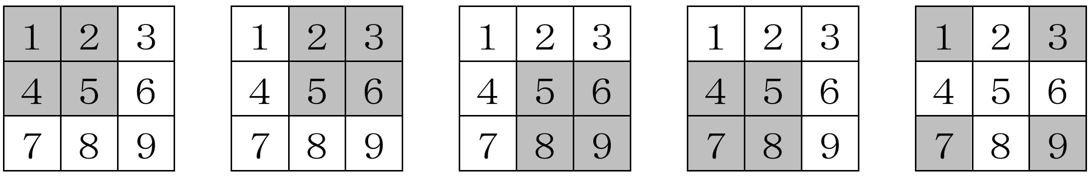
（１）



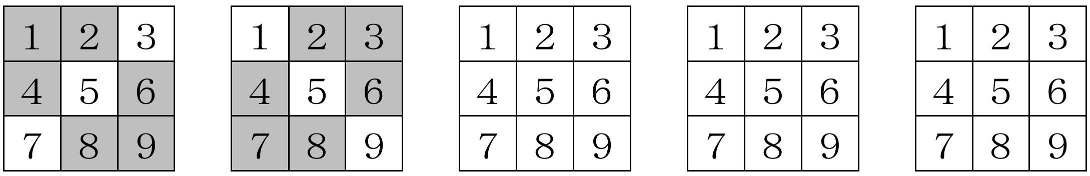
（２，３）（２，８）（２，９）
（３，２）（３，７）（３，９）
（４，６）（４，７）（４，９）
（６，４）（６，９）
（７，３）（７，４）（７，９）
（８，２）（８，９）

（２）※図が足りない場合はかきたしてください。

印をつけた番号の数が最少ない場合（印の数が４つ）



印をつけた番号の数が最も多い場合（印の数が６つ）



（３）

①１，２，４と出た場合について

A

①	②	3
④	⑤	6
7	8	9

次に５が出ると，あと１回で「あがり」になる。

B

①	②	3
④	5	⑥
7	⑧	⑨

次に６が出ると，８，９が出ないとあと１回で「あがり」にならない。

×

①	②	3
④	5	6
7	⑧	⑨

次に７が出ると「あがり」になる。８が出る場合、９が出る場合は，ともに６，８，９の３つが出てあと１回で「あがり」になるのでBと同じになる。
よって，１，２，４の場合は，A，B の２種類だけである。

②同じように１つずつずらして考えて，１，２，５と出た場合，

C

①	②	3
4	⑤	⑥
⑦	8	9

次に６，７が出ると，あと１回で「あがり」になる。

③１，２，６と出た場合，

D

①	②	3
4	5	⑥
⑦	⑧	9

E

①	②	3
4	5	⑥
⑦	8	⑨

※１，２，７の場合，１，２，８の場合，１，２，９の場合は，ここまでに考えた場合と重なるため，１，２の場合はこれ以上ない。

④１，３と出た場合

F

①	2	③
④	⑤	6
7	⑧	9

G

①	2	③
④	5	⑥
7	⑧	9

H

①	2	③
④	5	6
7	⑧	⑨

I

①	2	③
4	⑤	⑥
7	⑧	9

J

①	2	③
4	5	⑥
⑦	⑧	9

K

①	2	③
4	5	6
⑦	8	⑨

※１，４の場合はすでに出ている。

⑤１，５と出た場合

L

①	2	3
4	⑤	⑥
⑦	⑧	9

☆回転移動や対象移動させると，いくつかのパターンにしぼられる。
１を選んだ場合，A，B，Kは１種類だけである。
C，F，I，Lは同じパターン，D，Gも同じパターン，E，H，Jも同じパターンである。

⑥１を選んだ場合は，上の１２通りで，１を選ばない場合について考える。

・２，３を選んだ場合

1	②	③
④	⑤	6
7	8	⑨

1	②	③
④	5	⑥
⑦	⑧	9

1	②	③
④	5	6
⑦	8	⑨

1	②	③
④	5	6
7	⑧	⑨

1	②	③
4	⑤	⑥
7	8	9

・１，２，３を選ばない場合

1	2	3
④	⑤	6
⑦	⑧	9

1	2	3
④	⑤	6
⑦	⑧	9

・２だけを選んだ場合

1	②	3
④	⑤	6
⑦	8	⑨

1	②	3
④	5	⑥
⑦	8	⑨

1	②	3
4	⑤	⑥
⑦	8	⑨

・３だけを選んだ場合

1	2	③
④	⑤	6
7	⑧	⑨

☆１を選ばない場合についても，A，B，C，D，E以外にはない。
他の場合も，回転移動や対称移動させると，同じパターンで構成される。