

問題 1

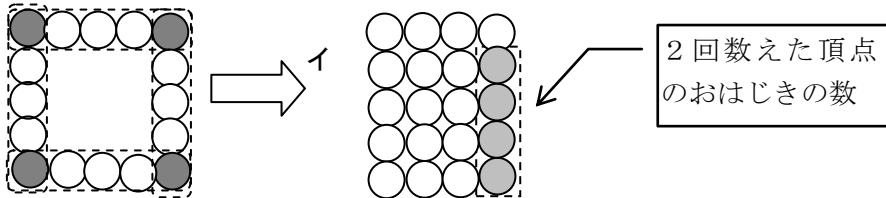
(1)

答え 32 こ

実際に、1辺のおはじきの数を増やしながらか、辺ごとにおはじきを囲んだとき、正方形の頂点の4こは2回数えているので、列に並べ直していくと、図1のイようになる。

図1

ア



このことから、正方形をつくるために使ったおはじきの数

$$= \text{一列にならんでいるおはじきの数} \times 4 - 4 \quad \text{となる。}$$

右はしの列のおはじきの数が5このときは、他の3列には、9このおはじきがならんでいるので、上の言葉の式にあてはめると、正方形をつくるために使ったおはじきの数は、 $9 \times 4 - 4 = 32$ となる。 答え 32こ

(2)

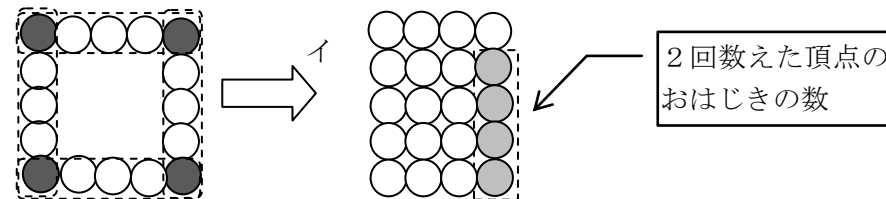
答え 412 こ

【求め方】

この数当てゲームには、正方形をつくるために使ったおはじきを図1のイようにならべ直すと、右はしの列のおはじきの数が、他の3列より必ず4こ少なくなるというきまりがある。

図1

ア



このことから、正方形をつくるために使ったおはじきの数

$$= \text{一列にならんでいるおはじきの数} \times 4 - 4 \quad \text{となる。}$$

右はしの列のおはじきの数が100このときは、他の3列には、104このおはじきがならんでいるので、上の言葉の式にあてはめると、正方形をつくるために使ったおはじきの数は、 $104 \times 4 - 4 = 412$ となる。 答え 412こ

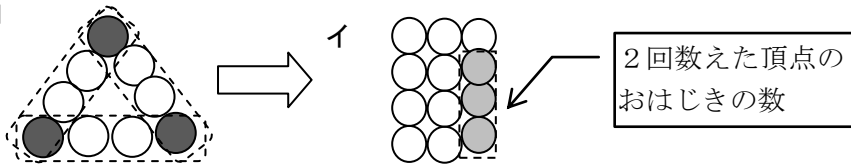
(3)

答え きまりが ある

【きまり】

1辺のおはじきの数を増やしながら、正三角形をつくるために使ったおはじきを図2のイのようにならべ直して、右はしの列のおはじきの数を調べ、下の表に表す。

図1
ア



①一列にならんでいるおはじきの数 (こ)	②右はしの列のおはじきの数 (こ)	① - ②
4	1	3
5	2	3
6	3	3
⋮	⋮	⋮

上の表から、正三角形をつくるために使ったおはじきを図2のイのようにならべ直すと、右はしの列のおはじきの数が、一列にならんでいるおはじきの数より必ず3こ少なくなるというきまりがあることが分かる。

このことから、正三角形をつくるために使ったおはじきの数


$$= \text{一列にならんでいるおはじきの数} \times 3 - 3 \quad \text{となる。}$$

問題 2

(1)

答え 18 こ

【求め方】

1列目, 2列目をならべると, 図1  のように3点でくっつく。

次に, 3列目をならべると, 図2  のように, 3点のかたまりが2つ増える。

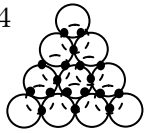
3列目までの3つのかたまりは, $1 + 2 = 3$ となり, $3 \times 3 = 9$ くっつく点の数は9つになる。

次に, 4列目をならべると, 図3  のように, 3点のかたまりが3つ増える。

4列目までの3つのかたまりは, $3 + 3 = 6$ となり, $6 \times 3 = 18$ くっつく点の数は18になる。

答え 18こ

図4



4列ならべたとき

図5



くっつく点を取り出すと, 図5のように, 4列の中に3のまとまりは3列ある。

実際の列の数	くっつく点の数(3)	式	合計
2列	1	1×3	3
3列	$1 + 2$	3×3	9
4列	$3 + 3$	6×3	18
5列	$6 + 4$	10×3	30

図に表したとき, 3のまとまりが, ピラミッド型に増えていきます。また, 3のまとまりのピラミッドは, 実際にならべられたボールの列より, 1列少なくなります。

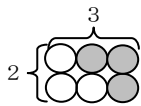
(2)

列の数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
テニスボールの数 (こ)	3	6	10	15	21	28	36	45	55
くっつく点の数 (こ)	3	9	18	30	45	63	84	108	135

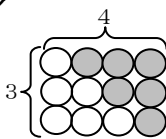
【気づいたこと】

テニスボールの合計は, 下の図アから図ウのように○と●のように長方形のようにならべてみると,

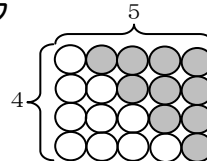
図ア



図イ



図ウ

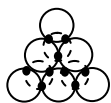


○と●は, 同じ数であるため, 縦×横で求めた後, 2で割るとテニスボールの合計を求めることができる。図アは, $2 \times 3 \div 2 = 3$ 図イは, $3 \times 4 \div 2 = 6$ 図ウは, $4 \times 5 \div 2 = 10$ となる。この求め方で列の数を□とおくと, $\square \times (\square + 1) \div 2$ の式に表すことができる。

次に, くっつく点を求める。

図エ

1列
2列
3列



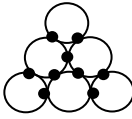
$\begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$ 1列
 $\begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$ 2列


図エのように実際のピラミッドとくっつく点のピラミッドは1列少ないので, (実際の列-1) を△として式をつくと, $\Delta \times (\Delta + 1) \div 2 \times 3$ をすればくっつく点の合計が出てくる。

(3)


答え 24 こ

【求め方】

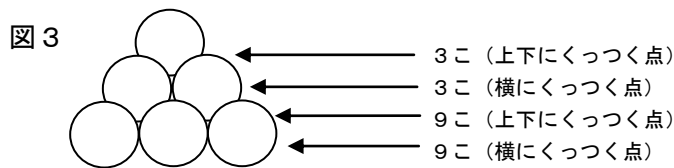
初めに1段目の6こがくつつく点を求めると、 9こになり、

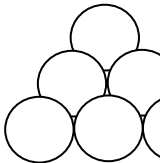
2段目の3こがくつつく点は、 3こになる。

次に、上下にくつつく点を求める。

3段目のボール1こが2段目のボール3こと上下にくつつく点は、 3こになる。



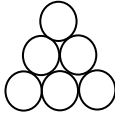
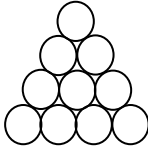
このことから、2段目のボール3こが1段目のボールと上下にくつつく点は、 $3 \times 3 = 9$ となる。



よって、 のボールがとなりどうしくつつく点の数は、 $9 + 3 + 3 + 9 = 24$ で、
24ことなる。

答え 24こ

【気づいたこと】

段の数	1	2	3	4	
1番下のボールの数					
となりどうしくつつく点の数	0	3	9	18	
上下がくつつく点の数		3	9	18	
くつつく点の数の合計		6	24	60	

$6 + 9 \times 2$ $24 + 18 \times 2$

1段にならべるボールの列を1列ずつ増やしていくと、となりどうしくつつく点の数は、3、9、18…と増えていく。

積み上げる段の数を1段ずつ増やしていくと上下にくつつく点の数は、3、9、18…と増えていく。

また、1段増やしたとき、増やした段のとなりどうしくつつく点の数と増やした段が上下にくつつく点の数は同じになるから、くつつく点の数の合計を求める式から、

1つ前の段のくつつく点の数の合計 + 新しく加えた段のとなりどうしくつつく点の数 $\times 2$
という言葉の式が考えられます。

問題3

(1)

答え 木材 34 まい, くぎ 180 本

本だなを5台, ティッシュボックスを3箱作る時,
 木材を求める式は, $5 \times 5 + 3 \times 3 = 34$
 くぎを求める式は, $24 \times 5 + 20 \times 3 = 180$
 木材は, 34まい, くぎは, 180本 必要になります。

(2)

答え 本だな 3 台, ティッシュボックス 5 箱

【求め方】

条件として, 30まいの木材を余らせることなく使って, 本だなとティッシュボックスを最低1つは作らなければならない。

例えば, 本だなを1台作ると, 木材は, $5 \times 1 = 5$ 5まい必要で, $30 - 5 = 25$ 25まい残り, これをティッシュボックス1箱分でわると, $25 \div 3 = 8.333\dots$ わりきれないので, 木材を使い切れない。

本だなを2台作ると, 木材は, $5 \times 2 = 10$ 10まい必要で, $30 - 10 = 20$ 20まい残り, これをティッシュボックス1箱分でわると, $20 \div 3 = 6.666\dots$ わりきれないので, 木材を使い切れない。

このことを, 表に表してみる。

①本だな		②ティッシュボックス		両方作り, 木材を使い切ることができるか (○・×)
作る数	必要な木材の数	①を作ったあと, 作ることができる数		
1台	$5 \times 1 = 5$ 5まい	$30 - 5 = 25$ $25 \div 3 = 8.333\dots$	8箱	×
2台	$5 \times 2 = 10$ 10まい	$30 - 10 = 20$ $20 \div 3 = 6.666\dots$	6箱	×
3台	$5 \times 3 = 15$ 15まい	$30 - 15 = 15$ $15 \div 3 = 5$	5箱	○
4台	$5 \times 4 = 20$ 20まい	$30 - 20 = 10$ $10 \div 3 = 3.333\dots$	3箱	×
5台	$5 \times 5 = 25$ 25まい	$30 - 25 = 5$ $5 \div 3 = 1.666\dots$	1箱	×
6台	$5 \times 6 = 30$ 30まい	$30 - 30 = 0$	0箱	×

上の表から, 木材30まいを全部使って, 本だなとティッシュボックスを最低1つは作ったとき, 本だなは3台, ティッシュボックスは5箱作ることができる。

(3)

答え 本だな

9 台, ティッシュボックス

3 箱

【求め方】

最初に55まいの木材で、すべて本だなを作ったときとすべてティッシュボックスを作ったときの値段を求める。

(本だなを作った場合)

木材 $55 \div 5 = 11$ 11台作るのに必要なくぎの本数は、 $24 \times 11 = 264$ となり、くぎは、 $280 - 264 = 16$ で16本あまる。

本だなは最大11台作ることができ、

売り上げは、 $800 \times 11 = 8800$ より、8800円となる。

(ティッシュボックスを作った場合)

木材 $55 \div 3 = 18$ あまり1

18箱作るのに必要なくぎの本数は $20 \times 18 = 360$ となる。しかし、

$280 \div 20 = 14$ で準備されたくぎは、ティッシュボックス14箱分であり、くぎの本数が足りない。

ティッシュボックスを最大14箱作ると、売り上げは、 $550 \times 14 = 7700$

より、7700円となる。このとき、木材は、13まい分残っている。

ここで、ティッシュボックスを14箱から1箱減らすと、木材は、16まいあまり、くぎは20本あまることになる。残った材料では、本だなをつくるには、くぎが足りないことになる。

このとき、売り上げは、 $550 \times 13 = 7150$ (円) となる。

このようにティッシュボックスを1箱ずつ減らしたとき、売り上げの合計がどうなるかを調べる。作ることができる本だなの数と使ったくぎと木材の合計、また、そのときの売り上げを表に表すと次のようになる。

ティッシュボックス	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
本だな	0	0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	9	10	11
くぎの合計	280	260	264	268	272	276	280	260	264	268	272	276	256	260	264
木材の合計	42	39	41	43	45	47	49	46	48	50	52	54	51	53	55
合計の金額	7700	7150	7400	7650	7900	8150	8400	7850	8100	8350	8600	8850	8300	8550	8800
結果	くぎ不足	ティッシュがもう一つできる	くぎ不足	くぎ不足	くぎ不足	くぎ不足	くぎ不足	ティッシュがもう一つできる	くぎ不足	くぎ不足	くぎ不足	一番売り上げが多くなる	ティッシュがもう一つできる	木材不足	くぎ・木材不足

表を見ると、本だな9台、ティッシュボックス3箱作ったときに、売り上げが8850円となり、売り上げが一番多くなる。