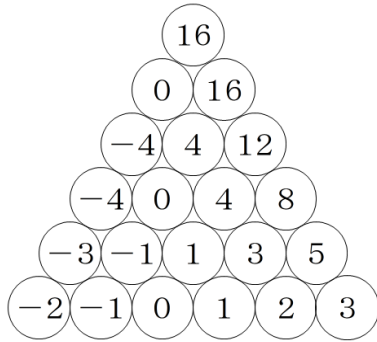


**問題 1**

(1)



1 段目の中央の数を  $x$  とすると、  
7 段目は  $64x$  と表せる

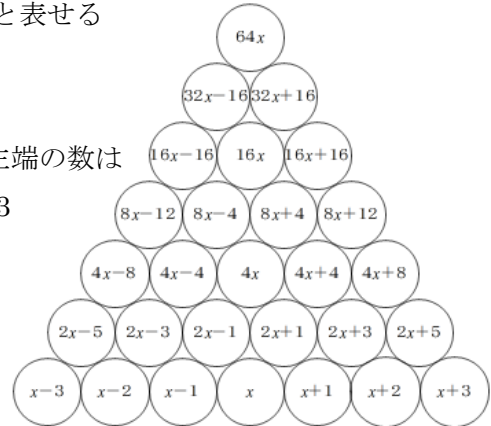
$$64x = 320$$

$$x = 5$$

したがって、左端の数は

$$x - 3 = 5 - 3$$

$$= 2$$



一段目が  $-2, -1, 0, 1, 2, 3$  のとき、  
最上段の六段目の数

16

一段目が 7 つの数で最上段が 320 のとき、  
一段目の数

2、3、4、5、6、7、8

(2)

① 段数が 1 の場合 1 段目の数は 64

② 段数が 2 の場合 1 段目の左端の数を  $x$  とする (以下、偶数段の場合  
は同じようにする。) と、最上段は、 $2x+1$  となる。

$2x+1=64$   $2x=63$   $x=31.5$  となり、整数にならないので  
2 段の場合はない。

③ 段数が 3 の場合 1 段目の中央の数を  $x$  とする (以下、奇数段の場合  
は同じようにする。) と、最上段は、 $4x$  となる。

$4x=64$   $x=16$  よって、1 段目に並ぶ数は 15、16、17

④ 段数が 4 の場合 最上段は  $8x+12$  となる。

$8x+12=64$   $8x=52$   $x=6.5$   
整数にならないので 4 段の場合はない。

⑤ 段数が 5 の場合 最上段は、 $16x$  となる。  $16x=64$   $x=4$

よって、1 段目に並ぶ数は 2、3、4、5、6

⑥ 段数が 6 の場合 最上段は  $32x+80$  となる。

$32x+80=64$   $32x=-16$   $x=-0.5$   
整数にならないので 6 段の場合はない。

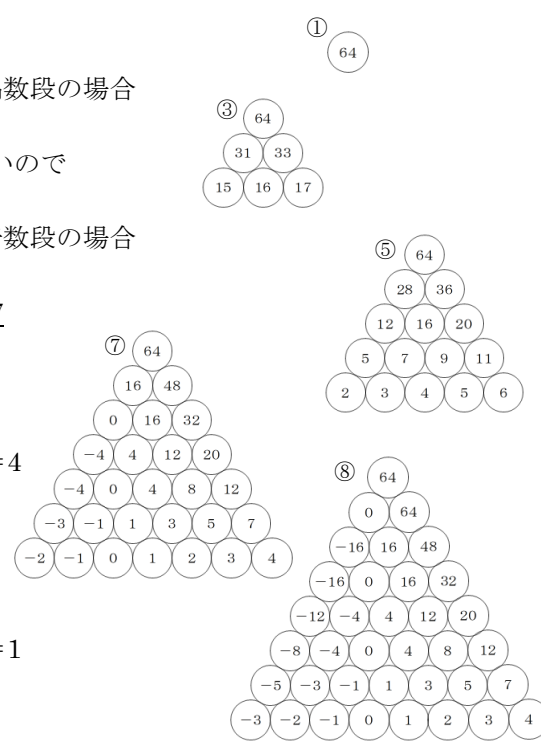
⑦ 段数が 7 の場合 最上段は、 $64x$  となる。  $64x=64$   $x=1$

よって、1 段目に並ぶ数は  $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

⑧ 段数が偶数の場合、2 段目は奇数個なので、2 段目の中央の数を  $x$  とすると、最上段の数は、4 段のときは  $4x$ 、6 段のときは  $16x$ 、というように、2 段ごとに 4 倍になっている。このときの最大の段数を考えると、最上段の 64 を 4 でわると、2 段下の中央の数になる。これを繰り返すと、最上段の 6 段下の中央の数が 1 となる。この段が 2 段目となる時が段数が偶数の場合の最大の段数のときになる。よって、1 段目に並ぶ数は、 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

☆ 段数が奇数の場合、1 段目の中央の数を  $x$  とすると、3 段目は  $4x$ 、5 段目は  $16x$ 、というように、最上段の数は 2 段ごとに 4 倍になっているので、7 段目以上は整数にならない

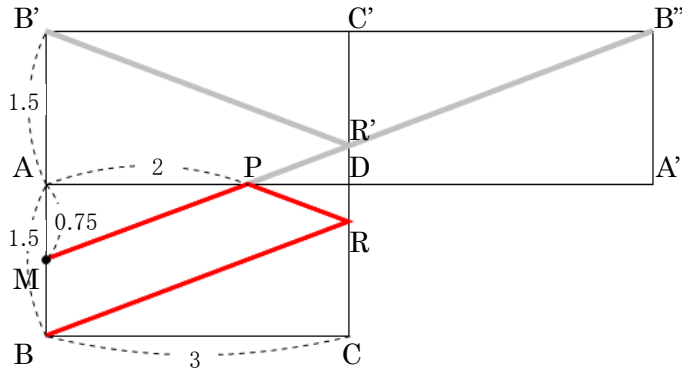
したがって、最上段の数が 64 になるのは、1 段、3 段、5 段、7 段、8 段のときで、1 段目に並ぶ数は上記の下線部である。





**問題 2**

(1)



上の図のように、長方形 ABCD を対称移動した長方形 AB'C'D'、長方形 AB'C'D' を対称移動した長方形 A'B''C''D'' とし、AB の中点を M とする。このとき、点 M から辺 BC に平行な方向に 2m、辺 BC に垂直な方向に 0.75m 移動した点が P となる。この割合で点 P からさらに横に 4m 進むと、縦に 1.5m 移動することになり、点 B'' を通ることがわかる。玉は枠に当たると等しい角度で跳ね返るから、点 P の次に跳ね返る DC 上の点を R とすると、直線 MB'' と辺 C'D' の交点 R' と点 R は直線 AA' を対称の軸とした対称な点になる。また、線分 R'B'' と線分 R'B' は直線 CC' について対称で、線分 R'B' と線分 RB は直線 AA' について対称になることから、玉は点 P、点 R で跳ね返り、B の穴に入る。

(2)

辺 AB の中点を M、直線 MQ と B'C' の交点を R' とする。  
点 R' と辺 AD について線対称な点を R とすると、

$$\angle R'QD = \angle RQD$$

対頂角は等しいから

$$\angle R'QD = \angle MQA$$

したがって  $\angle MQA = \angle RQD$

よって、玉は点 Q で跳ね返り、点 R で跳ね返る。

線分 R'R と辺 AD の交点を S とすると、 $\triangle R'QS$  と  $\triangle D'R'C'$  において、

同位角は等しいから

$$\angle R'QS = \angle D'R'C' \quad \dots\dots ①$$

点 R と点 R' は辺 AD について線対称な点だから

$$\angle R'SQ = 90^\circ$$

四角形 A'B'C'D' は長方形だから

$$\angle D'C'R' = 90^\circ$$

したがって  $\angle R'SQ = \angle D'C'R' \quad \dots\dots ②$

R'S は長方形の縦の長さと等しいから

$$R'S = D'C' \quad \dots\dots ③$$

①、②、③より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle R'QS \cong \triangle D'R'C'$$

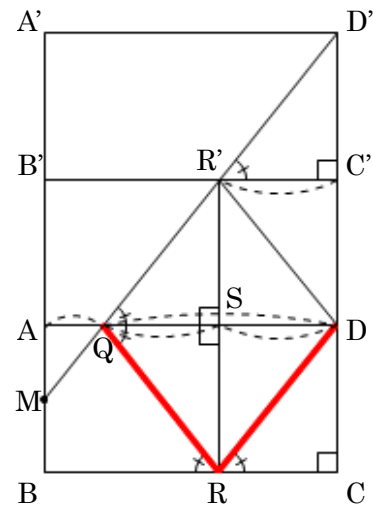
$\triangle D'R'C'$  を辺 B'C' を対称の軸として対称移動し、さらに辺 AD を対称の軸として対称移動すると  $\triangle DRC$  と重なるため、 $\angle D'R'C' = \angle DRC$

また、点 R と点 R' は辺 AD について線対称な点だから、 $\angle R'QS = \angle RQS$

平行線の錯角は等しいから、 $\angle QRB = \angle RQS$

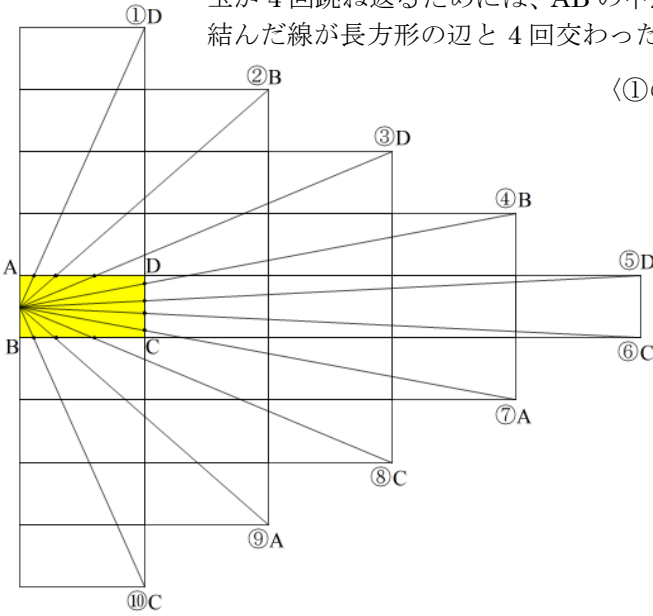
よって、 $\angle QRB = \angle DRC$

したがって、玉は点 R で跳ね返り、D の穴に入る。

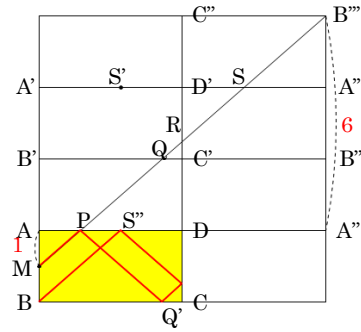
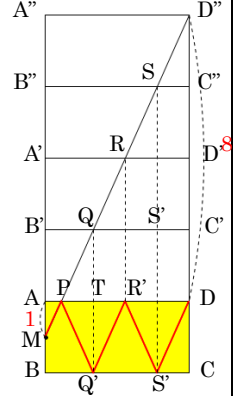


(3)

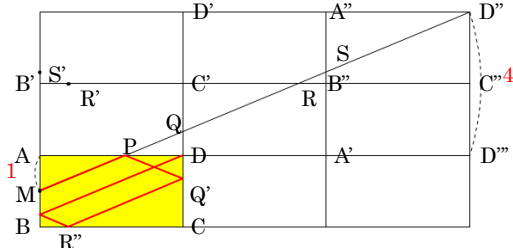
玉が4回跳ね返るためには、ABの中点Mと長方形ABCDを対称移動した図形の頂点を結んだ線が長方形の辺と4回交わった場合であり、左の図のような10通りとなる。



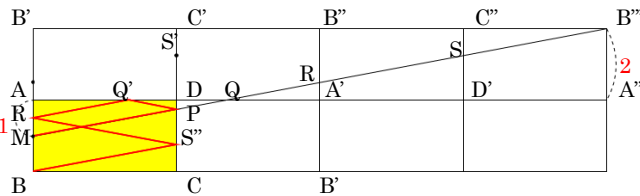
〈①の説明〉右下の図のように長方形ABCDを対称移動した長方形の辺とMDとの交点をP、Q、R、Sとする。Q、R、Sと辺AD、B'C'、A'D'について対称な点をQ'、R'、S'とし、S'と辺ADについて対称な点をS''とする。このとき、玉はM→P→Q'→R'→S→Dの順で跳ね返り穴に入る。線分QQ'と辺ADの交点をTとすると、△PTQは△PMAを2倍した三角形になることから、AP:PT=1:2したがって、AP:PD=1:8になる。最初に跳ね返る位置は辺AP:PD=1:8となる点Pである。



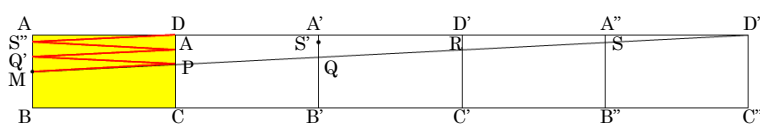
〈②の説明〉辺B''A''が線分MAの6倍になっていることから、△B''A''Pは△MAPを6倍した三角形である。したがって、AP:PA''=1:6になる。AP:AA''=1:7、AP:AD=1:3.5=2:7、よって、AP:PD=2:5になる。したがって、最初に跳ね返る位置は、辺AD上のAP:PD=2:5となる点Pである。



〈③の説明〉AM:D''D''=1:4より、AP:PD''=1:4、AP:AD''=1:5、AP:AD=1:5/3=3:5、よってAP:PD=3:2  
最初に跳ね返る位置は、辺AD上のAP:PD=3:2となる点Pである。



〈④の説明〉AM:A''B''=1:2より、AQ:QA=1:2、AQ:AA''=1:3、AQ:AD=1:3/4=4:3、よって、DQ:AQ=1:4、よって、DP:AM=1:4、DP:AB=1:8、DP:PC=1:7  
最初に跳ね返る位置は、辺DC上のDP:PC=1:7となる点Pである。



〈⑤の説明〉DD':AD''=4:5、DP:AM=4:5、DP:AB=4:10=2:5、DP:PC=2:3  
最初に跳ね返る位置は、辺DC上のDP:PC=2:3となる点Pである。

⑥と⑤、⑦と④、⑧と③、⑨と②、⑩と①はABの中点Mを通りADに平行な直線について線対称になっているから、跳ね返る位置も対称な位置になり、⑥、⑧、⑩はC、⑦、⑨はAの穴に入る。

**問題 3**

(1)

中央値															
生徒	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>
得点	95	88	86	83	78	67	66	65	64	62	59	53	52	51	50
グループ	A				B					C					

平均値  $(95+88+86+83+78+67+66+65+64+62+59+53+52+51+50) \div 15 = 67.9$   
67.9 点

中央値 65 点

よって、平均点より低い得点で中央値より高い得点を取った生徒は、*f* の 67 と *g* の 66 である。

*f*、*g*

(2) ①

1 回目

生徒	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>
得点	95	88	86	83	78	67	66	65	64	62	59	53	52	51	50
グループ	A(88)				B(67)					C(53)					

2 回目 *h* が 84 点で A グループに移動すると、B グループの平均点は 67.4 点になり、B グループの平均点が上がる。どのグループの平均点も下げるためには、*k* が B グループに移動しなければいけない。*k* の得点を *x* とし、B の平均点が変わらないとすると、

$$(8+67+66+65+64+62+x) \div 6 = 67$$

$$337+x=402$$

$$x=402-337$$

$$x=65$$

B の平均点が下がるためには、*k* の得点は 60 点以上 64 点以下になります。

2 回目

生徒	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<del><i>h</i></del>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<del><i>k</i></del>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>
得点	95	88	86	83	84	78	67	66	<del>65</del>	64	62	64	<del>59</del>	53	52	51	50
グループ	A(88)				B(67)					C(53)							

- *k* が C グループから B グループに移動すると C グループの平均点も下がる。
- *h* が A グループに移動すると、A グループの平均点は下がる。
- *k* が 60 点以上 64 点以下で B グループに移動すると、B グループの平均点が下がる。

60 点以上 64 点未満

(2) ②

2人の得点が上がっているのに、どのグループの平均点も下がっているのに、少なくとも1人はCグループからBかAに移動している。

[1] Cグループで1人だけ得点が上がっている場合

Cグループの平均点が下がるためには、Cグループの平均点より高い人がAかBグループに移動する必要がある。1回目のCグループの平均点は53点だったので、それより得点の高いkが移動している。

(kがAグループに移動した場合)

・Bグループの平均点が下がるためには、Bグループの平均点より得点の高いeが、Aグループに移動している。

生徒	a	b	c	d	k	e	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	
得点	95	88	86	83	88	87	78	67	66	65	64	62	59	53	52	51	50	
グループ	A(87.9以下)						B(64.6)						C(51.5)					

k, eの得点の合計が175点以下

☆したがって、1回目より高い得点を取った生徒の組み合わせは (k, e)である。

(kがBグループに移動した場合)

・kが60点だったとすると、Bグループの最低点のjが抜けてもBグループの平均点は約66.7となり、Bグループの平均点は下がる。したがってe~jのどの人がAグループに移動しても、Bグループの平均点は下がる。

生徒	a	b	c	d	e~j	e	f	g	h	i	j	k	k	l	m	n	o
得点	95	88	86	83	87以下	78	67	66	65	64	62	60	59	53	52	51	50
グループ	A(87.8以下)					B(約66.7)						C(51.5)					

☆したがって、1回目より高い得点を取った生徒の組み合わせは

(k, e)、(k, f)、(k, g)、(k, h)、(k, i)、(k, j)

[2] Cグループで2人得点が上がっている場合

- ・kが移動した場合、最低点のoが移動してもCグループの平均点は52点となり1回目より下がる。
- ・kが移動していない場合、次に得点が高いlとmが移動しても、平均点は53.3点となり1回目より上がる。
- ・A、Bグループの平均点が下がるためには、k~oがAグループとBグループに1人ずつ平均点より低い得点で移動するとよい。

生徒	a	b	c	d	k~o	e	f	g	h	i	j	k~o	k	l	m	n	o
得点	95	88	86	83	87以下	78	67	66	65	64	62	66以下	59	53	52	51	50
グループ	A(87.8以下)					B(約66.9以下)						C(52)					

☆したがって、1回目より高い得点を取った生徒の組み合わせは

(k, l)、(k, m)、(k, n)、(k, o)

よって、1回目より高い得点を取った生徒2人の組み合わせは

(k, e)、(k, f)、(k, g)、(k, h)、(k, i)、(k, j)、(k, l)、(k, m)、(k, n)、(k, o)の10通りである。