問題１

（１）

答え　　３　回目

カードが８枚の場合、下記の表のようになり

初めのカードの並び	1	2	3	4	5	6	7	8
1回目のカード切り	7	5	3	1	8	6	4	2
2回目のカード切り	4	8	3	7	2	6	1	5
3回目のカード切り	1	2	3	4	5	6	7	8

このことから、３回切ると「おわり」になることが分かる。

（２）

答え　１６枚のとき　４回目　３２枚のとき　５回目

カードが１６枚の場合

初めのカード	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
１回目	15	13	11	9	7	5	3	1	16	14	12	10	8	6	4	2
２回目	4	8	12	16	3	7	11	15	2	6	10	14	1	5	9	13
３回目	9	1	10	2	11	3	12	4	13	5	14	6	15	7	16	8
４回目	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
５回目	2	4	6	8	10	12	14	16	1	3	5	7	9	11	13	15
６回目	13	9	5	1	14	10	6	2	15	11	7	3	16	12	8	4
７回目	8	16	7	15	6	14	5	13	4	12	3	11	2	10	1	9
８回目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

４回目のカードで「おわり」になる。このとき、カードは逆の並び順になっており、あと４回（合計８回）で、初めの並び順になる。

【気づいたこと】

・カードを左右に配るので、カードを半分ずつにして考えると、１回目のカード切りでは左側に奇数、右側に偶数が並んでいる。

初めのカード	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
１回目	15	13	11	9	7	5	3	1	16	14	12	10	8	6	4	2

奇数　　偶数

カードの半分のところから、左右の数を足すと、合計のカードの枚数＋１になっている。

７＋１０＝１７　　８＋９＝１７

初めのカード	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
１回目	15	13	11	9	7	5	3	1	16	14	12	10	8	6	4	2

３＋１４＝１７　　１＋１６＝１７

（３）

答え　　　　　　　　　　１０回目　　一番上のカードの数字　１０２４

カードの枚数	2	4	8	16	32	64	・・・	1024
「おわり」	1	2	3	4	5	6	・・・	10
考え方	2	2×2	2×2×2	2×2×2×2	2×2×2×2×2	2×2×2×2×2×2	・・・	2を10回かける
一番上のカード	1	4	1	16	1	64	・・・	1024

○４枚のカードの場合、２を２回かけている。だから、２回切ると「おわり」になる。
○８枚のカードの場合、２を３回かけている。上記の表のように×２ずつカードが増えると「おわり」が１回ずつ増えていることがわかる。
○そこで１０２４を調べると、

2) 1024
2) 512
2) 256
2) 128
2) 64
2) 32
2) 16
2) 8
2) 4
2

２×２×２×２×２×２×２×２×２×２＝１０２４となる。このことから、２に２を９回かけているので、１０回切るとおわりになる。

○上記の表からも分かるように、一番上のカードは「１」と「切ったカードの一番大きい数」がくり返されており、２を奇数回かけると一番上の数が「１」になり、２を偶数回かけると一番上の数がカードの一番大きい数になる。

（別解）
【カードの枚数が１０２４枚のとき「１」がどのように動くのかを調べる。】
カードは左右に配るので、カードを切る時に１が置かれている順番を２で割ると奇数のときは左側、偶数の時は右側になる。１が左側の一番上、または右側の一番下になったとき「おわり」になる。

奇数（上から数えて）	左側、右側の下から何番目？	偶数（上から数えて）
①1 は奇数なので左側に配られる。 512+1＝513　513－1＝512 １の位置は、上から 512 番目	1+1＝2 2÷2＝1	
	512÷2＝256	②512 は偶数なので右側に配られる。 1024+1＝1025　1025－256＝769 １の位置は、上から 769 番目
③769 は奇数なので左側に配られる。 513－385＝128 １の位置は、上から 128 番目	769+1＝770 770÷2＝385	
	128÷2＝64	④128 は偶数なので右側に配られる。 1025－64＝961 １の位置は、上から 961 番目
⑤961 は奇数なので左側に配られる。 513－481＝32 １の位置は、上から 32 番目	961+1＝962 962÷2＝481	
	32÷2＝16	⑥32 は偶数なので右側に配られる。 1025－16＝1009 １の位置は、上から 1009 番目
⑦1009 は奇数なので左側に配られる。 513－505＝8 １の位置は、上から８番目	1009+1＝1010 1010÷2＝505	
	8÷2＝4	⑧8 は偶数なので右側に配られる。 1025－4＝1021 １の位置は、上から 1021 番目
⑨1021 は奇数なので左側に配られる。 513－511＝2 １の位置は、上から２番目	1021+1＝1022 1022÷2＝511	
	2÷2＝1	⑩2 は偶数なので右側に配られる。 1025－1＝1024 １の位置は、上から 1024 番目

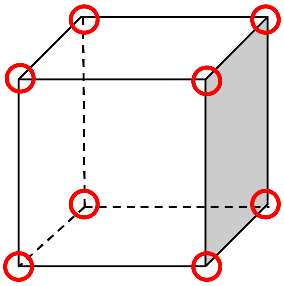
以上の結果から、カードを１０回切ると、「１」は１０２４番目にくることが分かる。このことから、逆の並び順に並んでいることがわかる。

問題２

（１）

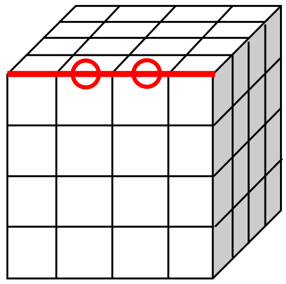
答え　㋐　８個　㋑　２４個　㋒　２４個　㋓　８個

図１を組み合わせた立方体の１辺の長さ	３ｃｍ	４ｃｍ	５ｃｍ
３面（ア）	8	8	8
２面（イ）	１２	２４	３６
１面（ウ）	6	２４	５４
なし（エ）	1	8	２７
１ｃｍ^{3}の立方体	２７	６４	１２５

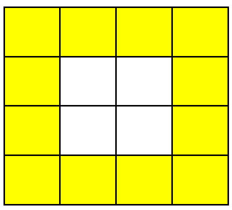


【４段の場合】

（㋐）㋐は立方体の頂点の数になる。
頂点の数は８



（㋑）一つの立方体の辺が１２本。２面のみをぬった㋑は
一つの辺の両はし（３面がぬられている２つの立方体）
を除いた数に立方体の辺の１２をかけた数になる。
式　４－２＝２　２×１２＝２４



（㋒）立方体の面は６つ。１面のみをぬった㋒は
立方体の辺にそった部分の面を除いた数
になるので、１辺から２こずつ除いた
正方形の数に立方体の面の６をかけた数になる。
式　４－２＝２　２×２×６＝２４

（㋓）㋓は㋐、㋑、㋒の立方体を除いた全ての数になるので
１辺が４ｃｍ^{3}の場合、各辺から２ずつ引いた数になる。
式　４－２＝２　２×２×２＝８

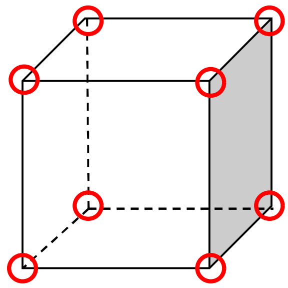
このことから（㋐）８個、（㋑）２４個、（㋒）２４個、（㋓）８個となる。

（２）

答え　㋐　８個　㋑　９６個　㋒　３８４個　㋓　５１２個

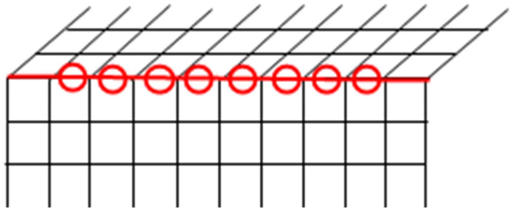
【求め方】

１辺	３ｃｍ	４ｃｍ	５ｃｍ	…	１０ｃｍ
３面（㋐）	８	８	８	…	８
２面（㋑）	１２	２４	３６	…	９６
１面（㋒）	６	２４	５４	…	３８４
なし（㋓）	１	８	２７	…	５１２
１cm^{3}の立方体	２７	６４	１２５	…	１０００

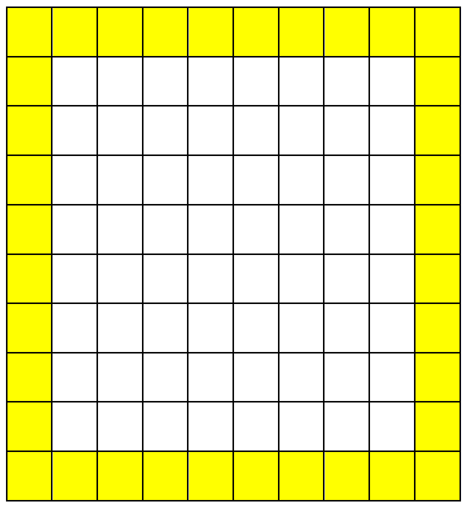


◎一辺が□ｃｍの立方体の場合、次のような式が成り立つ。

（㋐）立方体の頂点の数になる。立方体の場合、
必ず８個になる。



（㋑）一つの辺の両側の２個を引き、すべての辺の数１２をかける。
式　（□－２）×１２



（㋒）立方体の辺にそった面をのぞいた面の数の６面分となる。
式　（□－２）×（□－２）×６

（㋓）立方体の各辺から２を引いたものが㋓を組み合わせた立方体の１辺になる。
式　（□－２）×（□－２）×（□－２）

以上の式から考えると、１０段の場合

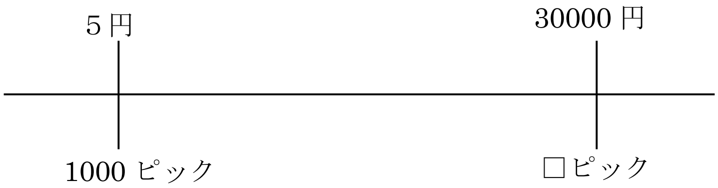
	□段の場合	１０段の場合	１０段の数
（㋐）	８	８	８
（㋑）	（□－２）×１２	（１０－２）×１２	９６
（㋒）	（□－２）×（□－２）×６	（１０－２）×（１０－２）×６	３８４
（㋓）	（□－２）×（□－２）×（□－２）	（１０－２）×（１０－２）×（１０－２）	５１２

問題３

（１）

答え　　　　　　　６００万　ピック

５円･･･１０００ピック



式　３００００÷５＝６０００
　　１０００×６０００＝６００００００

（２）

５０００÷５＝１０００
１０００×１０００＝１００００００
５０００円は１００００００ピックとなる。

３枚の紙へい（１０万ピック、２０万ピック、５０万ピック）を１枚ずつ両がえすると　１０万ピック＋２０万ピック＋５０万ピック＝８０万ピック
１００万ピックあるので
１００万ピックー８０万ピック＝２０万ピック
残り２０万ピックとなる。
２０万ピックについて考えると
・２０万ピック１枚
・１０万ピック２枚

したがって、５０００円を３種類のピック紙へいに両がえする方法は
①５０万ピック（１枚)、２０万ピック（２枚)、１０万ピック（１枚)
②５０万ピック（１枚)、２０万ピック（１枚)、１０万ピック（３枚)
の２通りの組み合わせとなる。

（３）

全ての種類の紙へいを１０枚以上使わなければいけないので、

1000 ピック×10＝1 万ピック	2000 ピック×10＝2 万ピック	5000 ピック×10＝5 万ピック
1 万ピック×10＝10 万ピック	2 万ピック×10＝20 万ピック	5 万ピック×10＝50 万ピック
10 万ピック×10＝100 万ピック	20 万ピック×10＝200 万ピック	5０万ピック×10＝500 万ピック

１０枚ずつ両がえすると、合計８８８万ピックとなる。

お父さんは８９０万ピックもっているので、まず、１０枚ずつ両がえしたとすると

８９０万ピック－８８８万ピック＝２万ピック

残りは２万ピックとなる。･･･これを**条件1**とする。

お父さんは、合計９６枚のピック紙へいにするうち、９種類のピック紙へいを１０枚ずつ両がえすると

１０枚のピック紙へい×９種類＝９０枚　９０枚使ったことになる。

９６－９０＝６　残りは６枚の紙へいになる。・・・これを**条件2**とする。

条件1と**条件2**から、２万ピックを６枚の紙へいに両がえする組み合わせを求めればよいことがわかる。

表１

２万ピック	１万ピック	5000 ピック	2000 ピック	1000 ピック	合計	6 枚使用(○)
１枚					２万ピック	
	２枚				２万ピック	
	１枚	２枚			２万ピック	
	１枚	１枚	２枚	１枚	２万ピック	
	１枚	１枚	１枚	３枚	２万ピック	○
	１枚		５枚		２万ピック	○
		３枚	２枚	１枚	２万ピック	○

したがって、２万ピックを６枚でつくる組み合わせは、**表１**より○のついたところである。それぞれのピック紙へい１０枚ずつに、２万ピックを６枚でつくる組み合わせを加えて整理すると、下のような３つの組み合わせとなる。

50 万ピック (10 枚)	20 万ピック (10 枚)	10 万ピック (10 枚)	50 万ピック (10 枚)	20 万ピック (10 枚)	10 万ピック (10 枚)	50 万ピック (10 枚)	20 万ピック (10 枚)	10 万ピック (10 枚)
5 万ピック (10 枚)	2 万ピック (10 枚)	1 万ピック (11 枚)	5 万ピック (10 枚)	2 万ピック (10 枚)	1 万ピック (11 枚)	5 万ピック (10 枚)	2 万ピック (10 枚)	1 万ピック (10 枚)
5000 ピック (11 枚)	2000 万ピック (11 枚)	1000 ピック (13 枚)	5000 ピック (10 枚)	2000 万ピック (15 枚)	1000 ピック (10 枚)	5000 ピック (13 枚)	2000 万ピック (12 枚)	1000 ピック (11 枚)

したがって８９０万ピックをピック紙へい９６枚に両がえする際に、９種類の紙へいが１０枚以上あるように両がえすることができる組み合わせは３通りである。