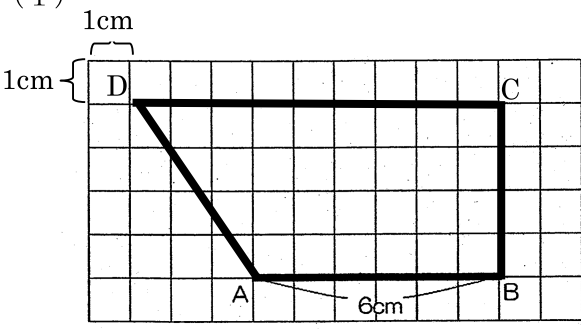
問題１

（１）



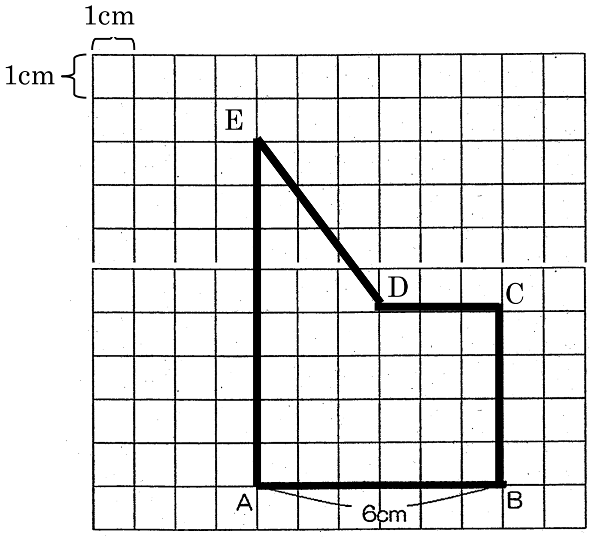
まず、ＢからＰが出発し、Ｃの地点で４秒経過し、△APBの面積が１２㎠となる。底辺のABは６ｃｍなので、（１２×２）÷６＝４で、高さが４ｃｍとなる。
B～Cで４秒、高さが４ｃｍなので左のようになる。

次に、グラフを見てみると４秒から１３秒まで面積が１２㎠のままになっている。底辺は変化しないので、辺ABから辺CDを通るＰまでの高さも変化しない。よって、左のようになる。

そして、グラフでは１３秒から１８秒の間に一定の割合で面積が減っていき、１８秒経過したときには０㎠となっている。０㎠となったときは、ＰがＡに到着したときである。なので、ＤからＡを線で結ぶと四角形ABCDができる。このとき、Ｐは毎秒１ｃｍで移動しているので、
１８－１３＝５の５秒＝５ｃｍとなっている。よって、辺ADの長さは５ｃｍとなる。

辺AD５ｃｍ

（２）①

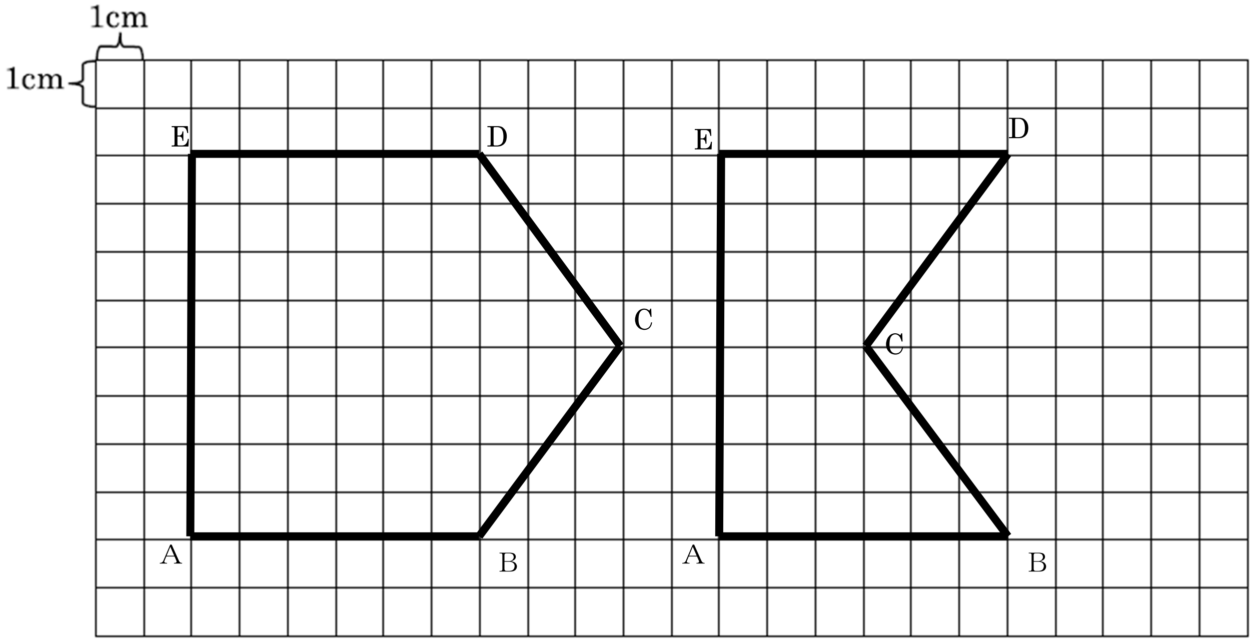


理由：まず、点ＢからＰが出発してＣの地点で４秒経過し、△APBの面積が１２㎠となる。これは（１）の辺BCと同じ状況なので、点Ｃの位置は左のようになる。

次に、４秒から７秒の間に面積が１２㎠のままで変化していないので、C～Dの３秒間の高さは４ｃｍのままとなる。よって、点Ｄはこの位置となる。

そして、７秒から１２秒の間に一定の割合で面積が増え、１２秒の地点で面積が２４㎠となっている。
また、２０秒の地点には０㎠となり、点Ｐが点Ａに到着したことになる。
このとき、点Ｐは毎秒１ｃｍで移動するので、点Ｄ～点Ｅ間は５秒＝５ｃｍとなる。
また、点Ｅ～点Ａで８秒＝８ｃｍとなる。
１２秒が経過した地点をＥにし、そこに点Ｐがきた場合、△ＡＰＢの高さは、
２４×２÷６＝８ｃｍとなる。

（２）②



理由：五角形 ABCD 上で、点 P が移動し、△APB の面積の変化がグラフにあるので、AB を底辺にすれば分かりやすいと考えた。

次に、問題の②のグラフを見ると、２箇所折れている所と、 y が０になる所が x 線上１６秒後に△ABC の面積が２４㎠でその高さは８㎝であり，その８秒後に面積０，高さ０になっていることから，EA は AB 垂直である。

１０≦x≦１６でグラフが平坦になっていることから，DE は AB と平行で長さが６㎝であることがわかる。

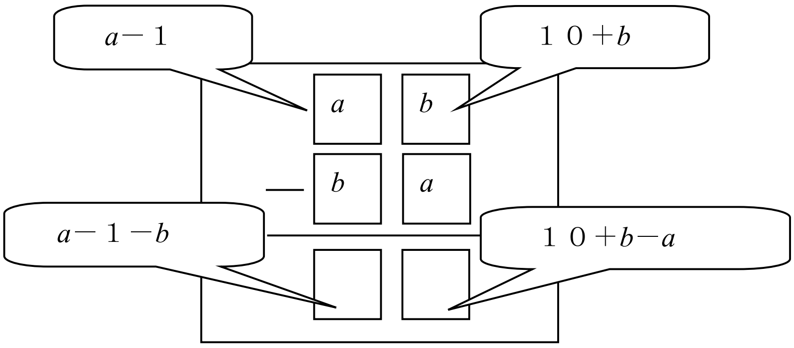
すると，D は，BD⊥AB で BD=８㎝となる位置にある。

ＰがＢを出発して１０秒後にこの位置に到達するためには，斜めにまっすぐ上がり，途中でおれることになり，そのおれる点が C となる。点 C の位置は，２箇所考えられるので，五角形 ABCD は、上図のようになる。

問題２

（１）①

答えを求めるために、図１のように筆算を使う。そのとき、$a>b$ なので、b から a をひくことはできない。そのため、一の位の b は、十の位の a から１０をもらい、「１０＋b」とする。そこから、a をひくので「１０＋b－a」となる。次に、十の位の a は、前の操作で１ひかれている。そのため、a－１となり、そこから b をひくので「a－１－b」となる。



（図１）２けたの自然数の筆算

手順❷で得られた数の
十の位　→　a－１－b
一の位　→　１０＋b－a

（１）②

①の式を使って、手順④で得られる数が常に９９であることを説明します。

このとき、手順❷で得られた、十の位の「a－１－b」と一の位の「１０＋b－a」と、手順❸で得られた、十の位「１０＋b－a」と一の位「a－１－b」を足した数の和は、

$$10(a-1-b)+(10+b-a)+10(10+b-a)+(a-1-b)$$
$$=10a-10-10b+10+b-a\quad+100+10b-10a+a-1-b$$
$$=10a-10a+a-a-10b+10b+b-b-10+10+100-1$$
$$=99$$

となり a と b にどんな数が代入されても、常に９９になる。

よって、①の式を使って、手順❹で得られる数は常に９９である。

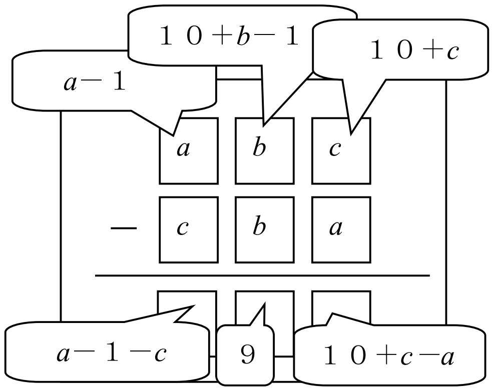
（２）①

３けたの自然数について、百の位を a、十の位を b、一の位を c とするとき、手順❹で得られる数は、常に１０８９であることを図２の筆算などを用いて説明する。ただし、$a>c$ とする。すると、３けたの自然数は、１００a＋１０b＋c と表され、手順❶で得られる数は、１００c＋１０b＋a となる。

答えを求めるために、（図２）の筆算を使う。そのとき、$a>c$ なので、c から a をひくことはできない。そのため、最初に選んだ３けたの自然数の一の位の c は、十の位の b から１０をもらい、「１０＋c」とする。そこから、a をひくので手順❷で得られる数の一の位は、「１０＋c－a」となる。

次に、最初に選んだ３けたの自然数の十の位の b は、前の操作で１ひかれている。そのため、b－１となるが、b－１から b を引くことができないので、百の位の a から１０をもらい十の位は、「１０＋b－１」となる。そこから b をひくので手順❷で得られるの十の位は「９」となる。

そして、最初に選んだ３けたの自然数の百の位は、前の操作で１引かれているので、「a－１」となり、そこから c を引くので手順❷で得られる百の位は、「a－１－c」となる。



（図２）３けたの自然数の筆算

ゆえに、手順❷で得られる数は、

１００（a－１－c）＋１０×９＋１×（１０＋c－a）

＝１００a－１００－１００c＋９０＋１０＋c－a

＝９９a－９９c

ゆえに、手順❸で得られる数は、

１００（１０＋c－a）＋１０×９＋１×（a－１－c）

＝１０００＋１００c－１００a＋９０＋a－１－c

＝１０８９＋９９c－９９a

よって、手順❹で得られる数は、

（９９a－９９c）＋（１０８９＋９９c－９９a）＝１０８９となるので、a、b、c の値に関係なく手順❹で得られる数は、常に１０８９となる。

（２）②

二桁の数の場合、結果（和）は　９９×１　＝９９　＝９×１１
三桁の数の場合、結果（和）は、　９９×１１　＝１０８９　＝９×１２１
四桁の数の場合、結果（和）は、　９９×１１１　＝１０９８９　＝９×１２２１
五桁の数の場合、結果（和）は、　９９×１１１１　＝１０９９８９　＝９×１２２２１
六桁の数の場合、結果（和）は、　９９×１１１１１＝１０９９９８９＝９×１２２２２１

・
・
・

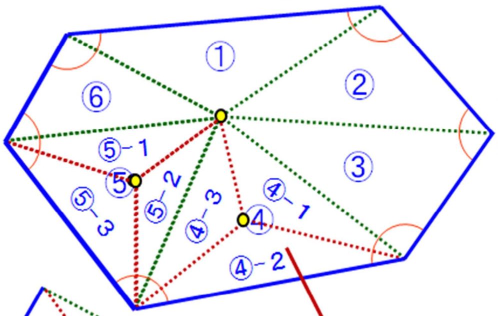
十二桁の数の場合、結果（和）は、９９×１１１１１１１１１１＝９×１２２２２２２２２２２１

ゆえに、n 桁の数の場合、結果（和）は、９９×（各位の数が１である（n－２）桁の数）
または、n 桁の数の場合、結果（和）は、９×（一番大きい位の数と一番小さい位の数が１で、その間の位の数は、全て２である n 桁の数）（ただし、n＞２の自然数）

問題３

（１）

六角形の内角の和を求める



この六角形の中に三角形が１０個ある。１つの三角形の内角の和は180゜なので、１０個の三角形の内角の和は180゜×１０＝1800゜となる。そして、３つの点の周りの角度（360゜）は、この六角形の内角にはならないので３つの点の周りの角を10個の三角形の内角の和から引くと、1800゜−360゜×３=720゜となる。

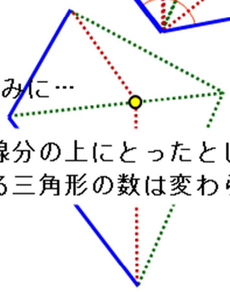
① ② ③ ~~④~~ ~~⑤~~ ⑥

④－１ ④－２ ④－３

⑤－１ ⑤－２ ⑤－３

三角形 10個

ちなみに…



点を線分の上にとったとしても
できる三角形の数は変わらない

３点の周りの角を差し引く

$\boxed{180^\circ \times 10 - 360^\circ \times 3} = 720^\circ$

10個の三角形の内角の総和

式 $180^\circ \times 10 - 360^\circ \times 3 = 720^\circ$

（２）

点の数	1	2	3	…	m	m
三角形の数	6	8	10	…	14	$2m+4$

点の数m個のときにできる三角形の数を、mを使って表せばよい

一定の割合で増加

【考えＡ】

ⓐ 点が１つ増えると三角形が２個ずつ増える

ⓑ 点が１つのときより三角形は８個増える

ⓒ ８÷２＝４……点の数は４つ増える

ⓓ 三角形14個のときの点の数は１＋４＝ $\boxed{5}$

点の数０個のとき

【考えＢ】

ⓐ 点が１つ増えると三角形が２個ずつ増える

ⓑ 点の数が０のとき三角形の数は４個

ⓒ 変化の割合２、切片４の一次関数

ⓓ **三角形の数は$2m+4=14$ → $m=$ $\boxed{5}$**

点の数は５個

（3）

n角形の内部に点をとったときの点の数とできる三角形の数の関係

点の数	0	1	2	3	4		
三角形の数	$n-2$	n	$n+2$	$n+4$	$n+6$		

＋2　＋2　＋2　＋2

【考え方】

ⓐ 六角形の内部に点を１つとる → 三角形が６個できる

ⓑ 七角形の内部に点を１つとる → 三角形が７個できる

ⓒ n角形の内部に点を１つとる → 三角形がn個できる

（2）より ☆ 点が１つ増えるごとに三角形が２つずつ増える

n角形の内部に点をとったときの点の数とできる三角形の数の関係

点の数	0	1	2	3	4	…	m
三角形の数	$n-2$	n	$n+2$	$n+4$	$n+6$	…	$\boxed{n+2m-2}$
三角形の数	$n+2\times(-1)$	$n+2\times0$	$n+2\times1$	$n+2\times2$	$n+2\times3$	…	$n+2(m-1)$

【考えＡ】

ⓐ n角形の内部に点を１つとると三角形はn個

ⓑ 点が１つ増えると三角形は２つずつ増える

ⓒ できる三角形の個数は、nに加えて実際の点の個数より１減らした数（$m-1$）の２倍分なので、$\boxed{n+2(m-1)}$

【考えＢ】

ⓐ 点が１つ増えると三角形が２個ずつ増える

ⓑ 点の数が０のとき三角形の数は（$n-2$）個

ⓒ 変化の割合２、切片（$n-2$）の一次関数

ⓓ 三角形の数は、　$2m+(n-2)$

並べかえて、$\boxed{n-2+2m}$

点の数＼多角形	三角形	四角形	五角形	六角形	七角形	…	n角形
0	1	2	3	4	5	…	$n+2\times(-1)$
1	3	4	5	6	7	…	$n+2\times0$
2	5	6	7	8	9	…	$n+2\times1$
3	7	8	9	10	11	…	$n+2\times2$
4	9	10	11	12	13	…	$n+2\times3$
…	…	…	…	…	…	…	…
m	$1+2m$	$2+2m$	$3+2m$	$4+2m$	$5+2m$	…	$n+2(m-1)$ $n-2+2m$

三角形の数　＝　n+2m－2