

# 数 学

## 1 出題のねらい

「数と式」、「図形」、「関数」、「資料の活用」の4領域について、基礎的な概念や原理・法則の理解と、それらに基づき、数学的に考察したり、表現したり、処理したりする力をみることをねらいとした。

- (1) 「数と式」では、数の概念についての理解の程度、文字を用いた式を処理したり、文字を用いて式に表現したりする力、目的に応じて式を変形する力をみるものとした。
- (2) 「図形」では、平面図形や空間図形についての理解の程度、見通しをもって論理的に考察し表現する力をみるものとした。
- (3) 「関数」では、グラフの特徴についての理解の程度、関数関係を見だし表現する力、関数と図形を関連付けて考察する力をみるものとした。
- (4) 「資料の活用」では、誤差と近似値についての理解の程度、具体的な事柄について起こり得る場合を順序よく整理して正しく数え上げ、不確定な事象の確率を求める力をみるものとした。

## 2 結果の概要

### (1) 平均点(50点満点)の推移

年 度	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5
平均点	17.9	18.5	23.2	20.2	17.0

### (2) 問題数の推移

年 度	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5
数と式	1 1	1 0	1 0	1 2	9
図 形	6	6	5	5	5
関 数	4	5	5	5	7
資料の活用	3	3	4	1	2

### (3) 正答率の推移

年 度	2 9	2 8	2 7	2 6	2 5
数と式	43.3	54.6	62.2	47.4	66.6
図 形	20.0	21.3	27.4	20.6	11.9
関 数	40.6	24.1	34.2	50.8	17.0
資料の活用	35.1	43.7	48.9	19.5	34.9

### 3 結果の分析

(1) 平均点は 17.9 点で、昨年度より 0.6 点低くなっている。「関数」の正答率は 40.6%で、昨年度 (24.1%) より上昇したが、依然として課題がみられる。また、「数と式」の正答率は 43.3%、「図形」の正答率は 20.0%、「資料の活用」の正答率は 35.1%であり、課題が大きい。

(2) 分析の詳細

#### ○数と式

[1]の(2)は、負の符号が付いた整数の累乗と分数の乗法の計算の問題であったが、正答率は 77.6%であり、十分理解できているとは言えない。誤答では、「 $-4^2$ 」を「 $(-4)^2$ 」と計算した「6」(誤答率 16.8%)が大半を占めた。整数の累乗に負の符号が付いた場合の計算方法が正しく理解できていない。

[2]の(1)は、文字を含む等式の変形の問題であったが、正答率は 49.4%と低かった。誤答では、「 $\theta = \frac{rS}{2}$ 」(誤答率 5.4%)、「 $\theta = 2S - r$ 」(誤答率 4.9%)などがあり、「 $S = \frac{1}{2}\theta r$ 」を「 $\theta =$ 」に変形するとき用いる等式の性質を正しく理解できていない。また、無答率も 12.5%と比較的高く、課題がみられる。

[2]の(3)は、2次方程式を解の公式を使わずに解き、解を求める過程まで書かせる新出の問題であった。正答率は 13.5%と低く、2次式を1次式の2乗の形に正しく変形することができていない。無答率も 38.1%と高く、課題がある。「指導事例」参照

[4]は、正方形の紙を貼り合わせてできた図形の面積について考える問題であった。(1)の正答率は 34.6%、(2)のア、イの正答率はそれぞれ 22.8%、11.4%と低かった。(1)の誤答としては、両端の正方形のBの面積が  $3\text{cm}^2$ であることを理解できていない「10」(誤答率 12.5%)が最も多かった。(2)のアの誤答としては、重なりの部分を正しく数えることができていない「 $n$ 」や「 $n+1$ 」などがみられた。イの誤答としては、両端の正方形のBの面積は分かっているが、両端以外の正方形のBの面積を  $n$  で正しく表すことができていない「 $2n+6$ 」や、Aの面積と勘違いしている「 $n-1$ 」などがみられた。設問の条件を正しく読み取り、それぞれの面積を  $n$  を用いた式で表すことができていない。

#### ○図形

[2]の(9)の作図の正答率は、10.7%であり、昨年度 (40.6%) に比べて低い結果となった。正三角形を利用して  $30^\circ$  を作図できることに気付くことができていない。

[6]の(1)の証明問題の正答率は 1.7%であり、昨年度 (4.9%) と同等の低い結果となった。設問の条件から、どの三角形の相似条件が当てはまるのかを見いだすことができていない。また、三角形の内角、外角の性質や与えられた条件をもとに等しい角をみつけることや、等しい理由を正しく記述することもできていない。

#### ○関数

[2]の(4)は、設問の条件に当てはまる選択肢をすべて選ぶ問題であったが、正答率は 13.3%と低かった。誤答をみると、正答であるア、イのうち、アを含む選択をした解答は誤答中の約 90%と多かったが、 $x$  の係数が分数であるイを含む選択をした解答は誤答中の約 15%と少なかった。また、誤答であるウを含む選択をした解答は誤答中の約 50%であり、 $y$  が  $x$  に比例する関係を表す式と1次関数との違いについて正しく理解できていない。

#### ○資料の活用

[3]は、5枚のカードから同時に何枚かのカードをひき、起こり得る場合の数をもとにして確率を求める問題であった。(1)の正答率は 53.1%、(2)の正答率は 6.7%であり、十分理解できているとは言えない。(1)の誤答では、「 $\frac{2}{5}$ 」(誤答率 15.3%)が最も多く、起こり得るすべての場合の組み合わせを、順序よく整理して正しく数え上げることができていない。

# 数学 指導事例

## 1 実際の問題

2(3) 2次方程式  $x^2+6x+2=0$  の解を求めよ。ただし、解の公式を使わずに、「 $(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ 」の形に変形して平方根の考え方を使得って解き、解を求める過程がわかるように、途中の式も書くこと。

## 2 結果分析

正答例	正答率は 13.5%，部分点率は 3.9%，誤答率は 44.5%，無答率は 38.1%であった。誤答をみると、「 $x^2+6x$ 」を「 $(x+6)^2$ 」や「 $(x+\sqrt{6})^2$ 」の形に変形しているもの（誤答率 6.5%）、「 $(x+3)^2$ 」の形に変形できてはいるが、定数項の計算を間違えているもの（誤答率 6.0%）などがみられた。また、変形する手順は合っているものの、「 $\sqrt{\quad}$ 」の前の符号を「 $\pm$ 」にしていなかったものや「 $\sqrt{\quad}$ 」を付け忘れたもの、移項したときの符号を間違えているものなどもみられた。2次式を1次式の2乗の形に正しく変形することができていない。
$x^2+6x+2=0$	
$x^2+6x=-2$	
$x^2+6x+9=-2+9$	
$(x+3)^2=7$	
$x+3=\pm\sqrt{7}$	
$x=-3\pm\sqrt{7}$	

## 3 指導方法（指導の改善）

### 【問題の特徴】

この問題は、等式の変形によって「 $x^2=k$ 」の形を導き、平方根の考え方を使得って2次方程式を解くものであった。この解法は、平方根を求める考えと関連しており、2次方程式の一般的な解き方として重要な意味をもっている。因数分解による方法では簡単に解を求めることのできない2次方程式であっても、平方の形に変形することによって、平方根を求めることに帰着させて解くことができる。また、この解法を理解することは、解の公式を使うことのできることを知ることもつながる。さらに、平方の形に変形することは、高等学校の数学Iで学習する2次関数のグラフの頂点の座標や対称軸を求める際にも用いることになるため、しっかりと定着させておくことが必要である。

### 【具体的な指導事例】

(1) 式を変形することで、既習の考え方を使得って解くことができることへの理解

$x$  の1次の項をもたない「 $x^2=k$ 」の形の2次方程式は、平方根の考え方を直接使得って解を求めることができる。このことを利用して、「 $x^2+px+q=0$ 」の形の2次方程式も、平方の形に変形することによって、同じように解くことができることを理解させる。その際、既習の因数分解の公式である「 $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$ 」を確認したうえで、「 $x^2+px$ 」を平方の形にするにはどんな数（ $p$ の半分の2乗）を両辺に加えればよいかを考えさせる。そして、同じような問題を繰り返し解くことで、解き方を定着させることが必要である。また、式変形が正しくできるように、中学校第1学年で学習する等式の性質を復習しておくことも大切である。

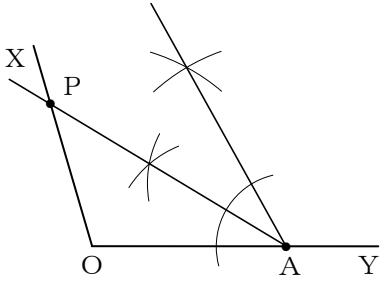
(2) 公式を用いることのできることを感じさせる授業展開

公式を学習する際には、単に公式を覚え、それに数値を当てはめて解くことに主眼をおくのではなく、公式を導く過程を理解することで、文字を用いて一般的に考えることのできる必要性や公式を用いて能率的に処理することのできることを実感させることが大切である。

解の公式を導く過程においては、「 $ax^2+bx+c=0$ 」のような、係数が文字の式を形式的に変形するだけでは理解することが難しいため、係数が具体的な数で表されている2次方程式を平方の形に変形することで、解の公式が導かれる過程をより分かりやすく理解させることが大切である。

因数分解による方法では簡単に解を求めることのできない2次方程式を解く場合は、解の公式を用いて解くことが多い。そのため、解の公式に慣れるための問題演習が中心になりがちだが、平方の形に変形することは、解の公式の成り立ちや解の公式を用いることのできることを知ることにつながるので、解の公式を導く段階でしっかりと定着させておくことが必要である。

数 学 抽出答案による正答率等

問 題	正 答	正答率	誤答率	無答率		
1	(1)	-9	95.3	4.7	0	
	(2)	-6	77.6	22.2	0.2	
	(3)	$4ab$	75.1	23.2	1.7	
	(4)	$\frac{5\sqrt{6}}{3}$	48.8	47.3	3.9	
2	(1)	$\theta = \frac{2S}{r}$	49.4	38.1	12.5	
	(2)	$2(x-3)(x+4)$	43.2	51.2	5.6	
	(3)	(例) $x^2+6x+2=0$ $x^2+6x=-2$ $x^2+6x+9=-2+9$ $(x+3)^2=7$ $x+3=\pm\sqrt{7}$ $x=-3\pm\sqrt{7}$	13.5	44.5	38.1	
			部分点 3.9			
	(4)	ア, イ	13.3	86.3	0.4	
	(5)	$y=-2x+10$	49.7	40.2	10.1	
	(6)	79 度	53.8	41.9	4.3	
	(7)	$196\pi \text{ cm}^2$	40.2	51.6	8.2	
	(8)	ウ	45.4	53.8	0.8	
(9)	(例) 	10.7	68.0	20.9		
		部分点 0.4				
3	(1)	$\frac{7}{10}$	53.1	44.3	2.6	
	(2)	$\frac{3}{10}$	6.7	71.4	21.9	
4	(1)	9 枚	34.6	60.0	5.4	
	①	ア	$n-1$	22.8	64.5	12.7
		イ	$2n+2$	11.4	73.1	15.5
	(2)	(例) $(n-1) : (2n+2) = 3 : 7$ $7(n-1) = 3(2n+2)$ $7n-7 = 6n+6$ $7n-6n = 6+7$ $n = 13$ よって、Aの面積とBの面積の比が3:7となるときの正方形の紙の枚数は、13枚である。	4.9	36.8	57.2	
		部分点 1.1				

(次のページに続く)

問題	正	答	正答率	誤答率	無答率
5	(1)	(4, 8)	81.9	13.1	5.0
	①	$a=5$	17.4	51.4	31.2
	(2)	<p>(例)</p> <p>弧OBに対する円周角は<math>\angle ODB</math>, 中心角は<math>\angle OCB</math>であり, 円周角は 中心角の半分であるから</p> $\angle ODB = \frac{1}{2} \angle OCB \dots\dots ①$ <p>また, 四角形OABCは正方形で あるから</p> $\angle OCB = 90^\circ \dots\dots ②$ <p>①, ②より</p> $\angle ODB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ <p>(答) 45 度</p>	13.3	35.7	49.3
部分点 1.7					
6	(1)	<p>【証明】(例)</p> <p><math>\triangle BDE</math>と<math>\triangle CFD</math>において <math>\triangle ABC</math>は正三角形であるから <math>\angle EBD = \angle DCF = 60^\circ \dots\dots ①</math></p> <p>仮定から</p> $\angle EDF = \angle EAF = 60^\circ \dots\dots ②$ <p><math>\triangle BDE</math>の外角は, それととなり合わ ない2つの内角の和に等しいから</p> $\begin{aligned} \angle EDC &= \angle EBD + \angle BED \\ &= \angle EDF + \angle CDF \end{aligned}$ <p>①, ②より<math>\angle EBD = \angle EDF = 60^\circ</math> であるから</p> $\angle BED = \angle CDF \dots\dots ③$ <p>①, ③より</p> <p>2組の角がそれぞれ等しい。 したがって <math>\triangle BDE \sim \triangle CFD</math></p>	1.7	30.8	30.5
	部分点 37.0				
(2)		$\frac{49\sqrt{3}}{5} \text{ cm}^2$	0	47.5	52.5